BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

céder les connaissances et peut avec avantage aller au delà de ce qui doit être traité dans la théorie.

L'élève doit être mis en état de résoudre des problèmes théoriques.

Un cours de géométrie des solides est à recommander.

GRAPHIQUES.

Ce travail servira d'introduction explicative à l'algèbre élémentaire et non d'introduction à la géométrie analytique.

Le premier travail graphique, après le tracé ordinaire de statistiques discontinues devra comprendre des fonctions explicites non linéaires illustrant la nature des expressions algébriques en général.

La résolution des équations devra être suivie de la vérification arithmétique des résultats.

Le travail graphique ne doit pas être un but, mais un moyen.

Mars 1909 W.-N. BRUCE
Principal Assistant Secretary.

(Traduction de Mlle R. MASSON, Genève.)

BIBLIOGRAPHIE

O. BLUMENTHAL. — **Principes de la théorie des fonctions entières d'ordre infini.** — 1 vol. gr. in-8° de VI-150 pages ; 5 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

En analysant, dans un article voisin, la *Théorie de la croissance,* de M. Borel, j'essaie de donner une idée de l'importance de cette notion quant à l'étude des fonctions. Le livre de M. Blumenthal, paraissant en même temps, fournit à point un nouvel exemple de toute première qualité. La décomposition des fonctions entières en facteurs primaires conduisit tout d'abord à attacher une grande importance à la notion du *genre;* toutefois les problèmes les plus divers (par exemple le prolongement analytique d'après la méthode de M. Mittag-Leffler) réintroduisirent des fonctions dont la distribution des zéros était difficile à préciser et d'autre part, ce qu'il importait de connaître était surtout leur mode de croissance. Aussi les recherches s'orientèrent dans cette direction et la notion d'*ordre* s'imposa à son tour de façon impérieuse. Les fonctions entières d'ordre fini croissent exponentiellement ; il y a des fonctions d'ordre nul qui croissent moins vite et des fonctions d'ordre infini à croissance plus rapide. C'est surtout à ces dernières que l'auteur s'attache en essayant de montrer que ses résultats peuvent comprendre comme cas particuliers ceux qui sont relatifs à l'ordre fini.

Une des notions fondamentales introduites dans ce livre est celle de *fonction-type ;* c'est une fonction de comparaison adjointe à celle qu'il s'agit d'étudier et qui permet une étude plus simple à une foule de points de vue, par exemple quant à la décomposition en facteurs primaires, mais dont la croissance est cependant comparable à celle de la fonction primitivement considérée. D'où des vues tout à fait nouvelles sur les produits canoniques dues, en Allemagne, à M. Blumenthal lui-même et, en France, à M. Denjoy.

Enfin, cette notion de la fonction-type aide encore à revenir sur les importants théorèmes dont l'idée première revient à M. Picard, lesquels ne concernaient d'abord que les valeurs exceptionnelles d'une fonction uniforme au voisinage d'une singularité essentielle et qui, maintenant, ont été étendus jusqu'à concerner en même temps l'ordre d'une fonction et la distribution de ses valeurs. On voit, par ces quelques citations, quelle est la profondeur des recherches abordées dans ce volume. Cela n'empêche pas qu'il est écrit d'une façon fort claire bien que le français soit une langue étrangère pour l'auteur. Parfois les formules sont un peu compliquées, mais dans des théories aussi neuves, cela vaut mieux que d'introduire un symbolisme nouveau dont on ne sait jamais s'il sera consacré par l'usage.

A. Buhl (Toulouse).

M. Böcher. — **Einführung in die höhere Algebra.** (Traduction allemande de H. Beck avec une préface de E. Study.) — 1 vol. gr. in-8° de XII-348 pages, B. G. Teubner, Leipzig.

Cette introduction à l'algèbre supérieure ne vise pas toutes les parties de l'algèbre, mais plus particulièrement la théorie des formes. Elle semble excellemment faite; elle est d'ailleurs aussi élémentaire que possible et mérite en tous points les éloges que lui décerne M. Study dans la préface de la présente traduction. Les quantités complexes les plus générales sont introduites sous forme de matrices, mais l'idée préliminaire est d'une origine si simple que le premier exemple est formé par la réunion de 5 chevaux, 3 vaches et 7 moutons (p. 65).

Dans l'étude des transformations linéaires, quadratiques, etc.... l'auteur non seulement parle le langage géométrique, mais il fait de la géométrie en étudiant par exemple les propriétés du rapport ou anharmonique et celles des faisceaux de coniques. Mêmes remarques pour les surfaces du second degré. En outre il choisit ses notations avec beaucoup d'art, ce qui lui permet d'écrire toujours automatiquement non seulement les formes primitives mais toutes les expressions adjointes telles que dérivées partielles, résultants, discriminants, plus grands communs diviseurs, etc.... En résumé, bon ouvrage d'initiation, très facile à lire et à comprendre. Le texte est d'ailleurs coupé par de nombreux et excellents exercices.

A. Buhl (Toulouse).

E. Borel. — **Leçons sur la théorie de la croissance,** professées à la Faculté des Sciences de Paris, recueillies et rédigées par A. Denjoy. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-170 pages; 5 fr. 50. Gauthier-Villars, Paris.

Les fonctions de plus en plus complexes conçues par les géomètres, qu'elles soient des créations de leur esprit ou des nécessités imposées, par exemple, par des équations différentielles, ne peuvent plus, depuis longtemps déjà, être représentées par les anciens symboles. De plus, elles n'ont pas forcément des propriétés exactes et l'étude de leurs propriétés approchées doit surtout se faire par comparaison avec les fonctions élémentaires.

Tel est l'objet de la théorie de la croissance. Les transcendantes qui servent de comparaison sont d'abord l'exponentielle et le logarithme ; la *réitération* de l'exponentielle nous offre des types croissant de plus en plus vite, au delà desquels il y a d'ailleurs des fonctions croissant plus vite encore, la conception de ces dernières étant toutefois impossible ou au moins inutile dans l'état actuel de l'Analyse. Ces simples indications montrent non seulement l'utilité mais encore la curiosité qui s'attache à l'étude de la croissance.

Supposons maintenant étudiée la croissance d'une certaine fonction analytique. Que pouvons-nous en conclure quant à la croissance de sa dérivée ou de son intégrale ? C'est là un problème qui évidemment s'est déjà rencontré bien souvent et dont les géomètres se sont tirés au hasard d'inspirations particulières. M. Borel cherche quelques généralités ; de plus, dans ces dernières années, des travaux, comme ceux de M. P. Boutroux sur les fonctions entières, ont nécessité l'étude approfondie de la croissance de certaines intégrales. Le tout permet déjà l'existence des grandes lignes d'une théorie. L'étude de la croissance des termes d'une série permet d'obtenir bien plus que ne donnent les anciens critères de convergence ; nous pouvons, par exemple, reconnaître si une série divergente converge asymptotiquement et, à propos de séries asymptotiques, M. Borel est revenu très élégamment sur les propriétés de la fonction gamma. Je signale aussi la croissance des fonctions entières comparée à celle de leurs zéros. Un dernier chapitre sur les applications arithmétiques est du plus puissant intérêt. Comme je l'ai dit plus haut, la notion de croissance permet de *définir* des fonctions que d'autre part on ne peut *connaître ;* un paradoxe semblable se présente au début de la théorie des nombres incommensurables et, dès lors, l'approximation de ceux-ci par des nombres rationnels ressemble de manière frappante à la représentation approchée d'une fonction par une autre dont la croissance est connue. On conçoit tout ce que ce rapprochement peut avoir de fécond, d'autant plus que M. Borel, loin de le laisser dans l'abstrait, l'illustre élégamment en analysant la transcendance des nombres e et π.

A. Buhl (Toulouse).

E. A. Fouët. — **Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques.** — Deuxième édition. Tome II. — 1 vol. gr. in-8° de XII-265 pages ; 9 fr. Gauthier-Villars, Paris.

Le succès de cet ouvrage, signalé déjà lors de la publication de la seconde édition du tome premier[1], s'affirme plus que jamais tant par l'élégance que met l'auteur à rassembler les éléments essentiels de l'analyse actuelle que par le soin qu'il met à ne laisser échapper aucune publication utile au sujet, celle-ci étant au moins indiquée par une note en bas de page. Il serait difficile d'analyser cette seconde édition en citant seulement les adjonctions faites à la première, tant les remaniements sont importants. Il ne sera d'ailleurs pas superflu de suivre une nouvelle fois la pensée de l'auteur ; son but est assurément de mettre le lecteur à même de travailler dans l'analyse moderne sans l'obliger à se débrouiller dans le fatras des mémoires trop rigoureux. Aussi, après une étude des fonctions uniformes, puis des procédés susceptibles d'uniformiser les fonctions multiformes (transformations diverses, usage des surfaces de Riemann), il aborde la notion de série envisagée des différents points de vue d'où elle peut servir

[1] Voir l'analyse de ce tome dans l'*Enseign. math.*, t. X, p. 352, 1908.

à *définir* la fonction. Pour les séries entières, le plus grand soin est attaché au mode de croissance des coefficients (lemmes de Cauchy, Hadamard, Borel), ce qui n'empêche nullement d'obtenir certains développements de manière rapide et élégante quand les théorèmes fondamentaux ont assuré la convergence et l'unicité du résultat.

Les séries qui peuvent utilement se substituer aux séries entières, sont étudiées ensuite. La première place appartient sans doute aux séries trigonométriques ; il faut leur ajouter toutes les expressions qui se sont substituées aux précédentes séries quand elles ne convergeaient pas ; nous arrivons ainsi aux séries sommables et aux séries des polynômes analytiques dont on pressent l'existence, celle-ci devant être véritablement approfondie dans le tome suivant.

L'étude des transcendantes élémentaires est conduite avec une très grande facilité jusqu'aux fonctions eulériennes et jusqu'à la série hypergéométrique à laquelle se rattachent immédiatement les fonctions sphériques et cylindriques ; quant à la représentation sous forme de produits de celles des fonctions précédentes qui sont entières, j'aurais à peine besoin de le mentionner si ceci ne m'amenait à signaler par contraste de bien curieux produits pour les fonctions inverses telles que le logarithme et l'arc cosinus ; je les ignorais totalement et j'imagine que bien des lecteurs dans mon cas ne les verront pas sans intérêt (p. 135).

Si la théorie des séries simples prépare admirablement les parties les plus élémentaires de la théorie des fonctions, on peut demander de même à celle des séries multiples de préparer des notions plus élevées telles que celles des fonctions thêta de Jacobi à une ou plusieurs variables. L'enchaînement est encore extrêmement remarquable et c'est avec moins de 60 pages que la théorie se développe et aboutit à des résultats aussi remarquables. Un dernier chapitre a trait aux fonctions définies par des intégrales ; les formules de Riemann et Green en sont les premiers éléments qui aboutissent au théorème de Cauchy avec toutes les précautions dont l'entoure M. Goursat. La notion d'intégrale est elle-même soigneusement étudiée avec les perfectionnements dus à Riemann, puis à MM. Darboux et Lebesgue. Combien fut judicieux et sûr le choix de l'auteur pour qu'il puisse nous présenter tant de choses ! Quelle finesse d'esprit n'a-t-il pas eu pour faire de chacun un petit bijou. A. Buhl (Toulouse).

H. Poincaré. — **Leçons de Mécanique céleste,** professées à la Sorbonne. — Tome III[1]. *Théorie des marées,* rédigée par E. Fichot, ingénieur-hydrographe de la marine. — 1 vol. gr. in-8° de 472 pages avec 67 figures et 2 cartes hors texte. Gauthier-Villars. Paris 1910.

Par rapport aux dimensions des océans, les marées sont des oscillations dont l'amplitude peut être considérée comme infiniment petite ; c'est pourquoi le présent volume débute par l'étude classique des petites oscillations d'un système mécanique. On sait que dans cette théorie on ne rencontre que des équations linéaires dont le premier membre détermine une oscillation *propre,* cependant que les termes du second membre, qui dépendent du potentiel perturbateur et peuvent être en nombre quelconque, déterminent des oscillations *contraintes.* Si parmi ces dernières il s'en trouve qui ont

[1] Voir dans l'*Enseign. math.* les analyses des tomes I (T. VIII, 1906, p. 248) et II (T. XI, 1909, p. 231).

même période que l'oscillation propre, il y a *résonance*, et c'est précisément le rôle capital de la résonance que M. Poincaré cherche immédiatement à mettre en lumière.

Ces préliminaires étant établis, on peut passer du système de points matériels au cas du milieu continu ; les sigmas se remplacent par des intégrales.

Les premières marées proprement dites dont l'étude vient d'abord, sont les marées à très longue période qui ont d'ailleurs pour cas-limite les marées purement statiques, mais, dans ce domaine, la simplicité n'est pas aussi grande qu'on l'a cru pendant longtemps. Un astronome de l'Observatoire du Cap, M. Hough, a étudié l'influence du frottement d'une manière qui conduit maintenant à diviser les marées statiques en deux sortes ; la première sorte répond à l'ancienne idée d'équilibre, mais, dans les marées de la seconde sorte, l'équilibre n'est qu'apparent, la masse pouvant être parcourue par des courants n'altérant pas l'état de la surface.

Quant à l'étude des marées dynamiques, elle est savamment divisée en plusieurs étapes. Nous partons d'abord d'un simple problème d'hydrodynamique, à apparence très classique, dans lequel il ne s'agit que des oscillations d'un liquide pesant dans un vase fixe ; on passe ensuite au cas où ce liquide recouvre une sphère non tournante, puis une sphère tournante. Le cas général est ainsi préparé par des théories qui ne se compliquent que progressivement. Les célèbres résultats dus à Laplace ont été complétés par M. Hough, dont les travaux sont habilement résumés par M. Poincaré ; ils permettent aussi de revenir sur les marées statiques et de décider définitivement de l'influence du frottement quant à la classification de la marée dans l'une des sortes mentionnées plus haut.

Enfin, si le cas naturel est excessivement compliqué, il ne faut pas oublier qu'il est compris entre le cas limite où la mer recouvrirait toute une sphère et celui où l'eau ne serait emprisonnée que dans des canaux étroits. Ces deux cas-limites admettent des théories suffisamment complètes permettant de pousser les calculs jusqu'au bout, et leur développement, effectué par M. Poincaré, est certainement ce qu'il y a de mieux pour arriver à se faire une idée du phénomène réel.

Tout ce qui précède peut n'être considéré, si l'on veut, que comme un perfectionnement des méthodes anciennes. Au contraire, une nouveauté d'un intérêt capital est constituée par l'application de la méthode de Fredholm à l'intégration des équations aux dérivées partielles du problème des marées. M. Poincaré rappelle brièvement en quoi consiste cette méthode ; il l'applique à quelques problèmes tels que celui de Dirichlet, lesquels — quelle ironie ! — semblent très simples à côté de ceux qu'il faudrait résoudre maintenant. Il expose ses propres travaux et perfectionne en des points très importants une méthode qui, malgré son caractère général, ne s'appliquait pas aux marées sans de profondes modifications. Il expose aussi la méthode de Ritz, fondée sur le calcul des variations, laquelle, convenablement perfectionnée, rendrait peut-être des services analogues à celle de Fredholm. Sans doute, ces méthodes sont surtout théoriques ; on se demande quelle fonction on pourrait bien y introduire pour représenter, par exemple, la profondeur de la mer, mais, là encore, l'intérêt n'est probablement pas du côté de l'excessive généralité. Il ne faut pas oublier que les résultats les plus élégants obtenus jusqu'ici correspondent au cas de la profondeur constante ou fonction de la seule latitude. Et de tels résultats ont encore bien besoin de compléments ou même de démonstrations véritablement rigoureuses; c'est là surtout ce qu'il faut commencer par demander aux méthodes nouvelles.

Le nouvel ouvrage de M. Poincaré est divisé en cinq parties; tout ce que je viens de dire concerne la première qui est de beaucoup la plus importante. Les autres n'en sont que des compléments qu'on peut analyser plus rapidement.

La seconde partie traite des méthodes pratiques de prédiction des marées. C'est l'analyse harmonique de Laplace qui consiste à ne demander à la théorie que la forme analytique du résultat. Les constantes qui y figurent sont déterminées par l'observation. Il y a là un procédé qu'on retrouve en astronomie dans beaucoup d'autres cas (par exemple dans l'étude de la réfraction); ici il est assez curieux, surtout à cause des dispositions cinématiques imaginées pour profiter des indications des marégraphes avec économie de calculs.

La troisième partie fait une synthèse des observations et les compare avec la théorie. Il y a là l'étude géographique des marées et celles des oscillations propres produites artificiellement dans de petits bassins dont on peut faire varier la forme. Ici se placent aussi les fort belles planches jointes à l'ouvrage. Ce sont des planisphères indiquant la distribution des marées semi-diurnes, et celles des lignes *cotidales* (lieu des points où la marée se produit à la même heure).

La quatrième partie traite des marées fluviales. Si l'on suppose les déplacements très petits et le frottement négligeable, la marée fluviale est régie par l'équation des cordes vibrantes, mais ce cas est trop simple pour donner quoi que ce soit qui coïncide avec l'observation. En deuxième approximation on néglige le frottement qui correspond à une onde principale, mais en le faisant intervenir sur une grande longueur de fleuve de manière à éteindre une onde parasite. Alors apparaît une explication assez satisfaisante pour le mascaret. En troisième approximation, il faut maintenir le frottement, mais, si l'on se borne alors aux petits déplacements, on tombe sur l'équation des télégraphistes.

La cinquième et dernière partie de l'ouvrage a trait à l'influence des marées sur la rotation des astres. Nous y trouvons notamment la question de la rotation lunaire et celle, probablement analogue, qui porte à croire que Mercure et Vénus ont un jour sidéral égal à l'année solaire. J'insiste, avant de terminer, sur la rédaction extrêmement soignée et consciencieuse due à M. Fichot; il est même hors de doute que, dans les parties pratiques, il a adjoint toute son expérience d'hydrographe à la haute science de M. Poincaré.

A. Buhl (Toulouse).

C. Riquier. — **Les systèmes d'équations aux dérivées partielles.** — 1 vol. gr. in-8° de XXVII-590 pages avec figures : 20 fr. Gauthier-Villars, Paris.

Voici un ouvrage qui, par son esprit, doit s'imposer à l'attention des géomètres. On sait les extraordinaires difficultés rencontrées dans l'étude des équations aux dérivées partielles; ces difficultés entraînèrent une limitation des problèmes et, comme ceux de la physique mathématique n'exigeaient que la considération des cas où les variables étaient réelles, le point de vue analytique pur se trouva délaissé. C'est surtout ce point de vue qui est repris aujourd'hui par M. Riquier. Dirigé dans cette voie par les travaux de M. Méray, avec lequel il collabora bientôt, le professeur de Caen a publié une grande quantité de mémoires qui se trouvent aujourd'hui rassemblés avec de nombreuses adjonctions destinées à former un tout homogène. Au fond il s'agit surtout de théorèmes d'existence; un système différentiel donné permet-il toujours le calcul des dérivées des fonctions inconnues de manière que l'usage des conditions initiales permette finalement la formation de développements tayloriens? Il faut d'abord distinguer soigneusement ce qu'on entend par conditions initiales; certains systèmes s'accommodent de celles-ci quelles qu'elles soient, d'où l'idée de *passivité* due à M. Méray; d'autres ne s'accommodent que de conditions initiales particulières. Ces difficultés franchies, obtient-on des développements tayloriens convergents? C'est la question capitale pour laquelle Cauchy et M^{me} de Kowalewsky donnaient déjà des théorèmes. Les méthodes de M. Méray donnèrent des développements pour lesquels la chose n'était pas aisée à trancher et qui furent le point de départ des travaux de M. Riquier. Ce dernier les poursuit aujourd'hui jusqu'au seuil du problème du prolongement analytique et, si ce dernier problème est aujourd'hui fort avancé pour les fonctions d'une variable, il est presque entièrement à faire quant à celles de plusieurs variables qui, ne l'oublions pas, sont pour M. Riquier indifféremment imaginaires ou réelles. On voit donc le champ de recherches nouvelles que peut ouvrir cet ouvrage.

Je me hâte d'ajouter aussi qu'en dehors de théorèmes d'existence, toujours forcément assez abstraits, l'auteur a traité d'intéressantes applications, notamment le problème de la déformation finie dans l'hyperespace; il y a là des exemples curieux et naturels de systèmes qui ne sont pas immédiatement passifs. De plus, de grands efforts ont été faits pour rendre cet ouvrage accessible aux lecteurs non spécialisés dans les études précédentes. C'est ainsi qu'il débute par des chapitres sur la continuité et les séries entières à une ou plusieurs variables. La terminologie est celle de M. Méray auquel M. Riquier fait d'ailleurs de fréquents emprunts. Par bien des côtés les *Leçons* publiées par l'ancien professeur de Dijon sont complétées aujourd'hui par le professeur de Caen. Tous ceux qui connaissent l'œuvre de M. Méray verront en M. Riquier un savant continuateur; ceux qui ne la connaissent pas peuvent néanmoins prendre ce dernier comme initiateur.

A. Buhl (Toulouse).

H. Poincaré. — **Savants et écrivains**. — 1 vol. in-18, 280 p., 3 fr. 50; Ernest Flammarion, Paris.

M. Poincaré a réuni sous ce titre plusieurs biographies de savants, entre autres celles de Curie, de Laguerre, d'Hermite, de Halphen, de Tisserand, de Bertrand, de Weierstrass, de Lord Kelvin, etc. Bien que la carrière du savant soit rarement remplie d'aventures retentissantes, sa psychologie intellectuelle et morale mérite d'être étudiée. Leurs physionomies, malgré quelques traits communs, sont variées et originales. Ce sont autant d'exemples et d'enseignements réconfortants pour ceux qui entrent dans la carrière scientifique et auxquels il convient de signaler ces belles Notices.

L'auteur a cru pouvoir placer en tête de ce volume l'éloge de Sully Prudhomme qu'il a prononcé à l'Académie Française; ce poète délicat qui aimait la science aurait sans doute accepté de figurer dans cette société.

E. Lebon. — **Gaston Darboux,** biographie, bibliographie analytique des écrits (Collection des *Savants du jour*). — 1 fasc. gr. in-8°, 72 p. ; 7 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Ce livre a été présenté à l'Académie des Sciences, dans la séance du 17 janvier 1910, par M. Emile Picard, président, qui s'est exprimé en ces termes :

« Je dépose sur le Bureau, de la part de M. Lebon, un ouvrage intitulé « Gaston Darboux, qui renferme une *Biographie* et une *Bibliographie analy-* « *tique des écrits* de M. Darboux. M. Lebon a entrepris de publier une série « de petits volumes de nature analogue, sous le titre général de *Savants du* « *jour*. Déjà, il y a quelques mois, le premier volume de cette série, con- « sacré à Henri Poincaré, a été présenté à l'Académie. Dans l'opuscule actuel, « on trouvera une très intéressante biographie de notre secrétaire perpétuel, « avec une vue générale de son œuvre scientifique. La liste des mémoires et ou- « vrages, qui ont été distribués en sept sections, a été établie avec un soin « extrême. Leur énumération constituerait déjà un document précieux, mais « M. Lebon ne s'en est pas tenu là. Il donne quelquefois un court résumé « du travail mentionné, et indique les analyses dont il a fait l'objet. La col- « lection, dont M. Ernest Lebon vient de publier les deux premiers volumes, « rendra certainement les plus grands services aux chercheurs et aux histo- « riens de la science. »

En faisant précéder les principales sections d'appréciations dues à des savants, M. Lebon a su donner à son ouvrage une forme qui intéressera non seulement les chercheurs, mais aussi les personnes qui désirent connaître seulement dans leur ensemble les travaux des grands savants qui font l'objet de cette utile collection.

Désiré André. — **Des notations mathématiques** ; énumération, choix et usage. — 1 vol. gr. in-8°, XVIII-501 p. ; 16 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Parmi les nombreuses publications mathématiques de cet hiver, le présent ouvrage compte certainement au nombre des plus importants par l'objet traité, et des plus remarquables par la somme de travail qu'il représente. Les mathématiciens ont toujours cherché à adapter la notation au sujet traité, mais personne n'a eu l'idée de faire une étude d'ensemble des notations. L'ouvrage de M. André vient donc combler une lacune, car c'est le premier qui ait été écrit sur ce sujet. Il sera lu et consulté avec un vif intérêt non seulement par les mathématiciens, mais aussi par les philosophes et par tous ceux qui s'intéressent aux sciences exactes.

Au cours de sa longue carrière de professeur et de savant, M. André a réuni et annoté de nombreuses fiches sur les notations mathématiques. C'est donc le fruit d'un long et minutieux travail qu'il nous présente aujourd'hui.

Dans un intéressant *discours préliminaire* l'auteur indique *l'objet et le but de son ouvrage*. Celui-ci se compose de trois parties : énumération, choix et usage. « La première, dit-il, est la science des notations ; la deuxième, l'art de les choisir ; la troisième, l'art de les employer. »

La première, *l'énumération*, fait connaître les notations actuellement usitées, la manière de les écrire, de les disposer, de les rendre absolument correctes. Elle présente successivement les signes des grandeurs, les signes du calcul, les signes des objets et les signes de rédaction.

Dans la deuxième partie, l'auteur s'occupe du *choix des signes ;* il donne les règles à suivre en vue de résoudre la question : un système d'objets étant donné, le représenter par le système de signes le meilleur possible. Pour être excellents, les signes doivent satisfaire aux conditions suivantes : netteté, précision, rappel des propriétés de l'objet, rappel des rapports entre les objets.

La troisième partie est consacrée à *l'usage des signes*. Elle enseigne comment on doit utiliser les signes en envisageant d'abord les expressions, puis les relations, et enfin le mécanisme algébrique.

L'ouvrage de M. André embrasse l'ensemble des branches mathématiques en se bornant aux notations usitées couramment, sans s'arrêter à celles qu'on emploie qu'à titre exceptionnel ou qui sont simplement proposées.

On ne saurait trop recommander l'étude de ce livre non seulement à ceux qui écrivent en mathématiques, mais aussi à ceux qui enseignent. C'est tout au début des études mathématiques qu'il faut initier et habituer les élèves à une écriture correcte et à des notation bien choisies. H. F.

O. Dziobek. — **Vörlesungen über Differential- u. Integralrechnung.** — 1 vol. gr. in-8°; 648 p., avec 150 fig.; relié; M. 16; B. G. Teubner, Leipzig.

Ces leçons de calcul différentiel et intégral s'adressent aux étudiants des écoles techniques supérieures et correspondent à peu près à l'enseignement que donne l'auteur depuis de nombreuses années à Charlottenbourg. Elles comprennent trois parties.

La *Première Partie* (p. 1-167), intitulée *Introduction au calcul différentiel et intégral,* contient le calcul des différences, l'étude des fonctions élémentaires, de la notion de continuité et des séries. Dans la *Deuxième Partie* sont réunies les notions essentielles du *Calcul différentiel* avec ses applications analytiques et géométriques. Puis vient, dans la *Troisième Partie,* le *Calcul intégral* avec les éléments de la théorie des équations différentielles.

Dans un ouvrage destiné aux écoles techniques les exercices numériques et les applications doivent avoir une large place. M. Dziobek n'y a pas manqué. Dans le texte même de nombreux exemples ont été intercalés et chacun des 42 paragraphes se termine par des problèmes à résoudre, dont on trouve la solution dans l'Appendice placé à la fin du volume.

Enst. Bauer. — **Vorlesungen über Algebra,** herausgegeben vom mathematischen Verein München. Mit einem Bildnis Gustav Bauers. Zweite Auflage. — 1 vol. gr. in-8°, 366 p. ; rélié, 12 M. ; B. G. Teubner, Leipzig.

C'est une nouvelle édition, entièrement revue, des leçons d'algèbre du professeur Bauer, décédé il y a quatre ans. Elle a été publiée, sous les auspices de la Société mathématique de Munich, par M. K. Doehlemann, avec la collaboration de MM. Wirtinger, Voss et Perron. En rééditant ce traité, les mathématiciens munichois rendent à la fois un bel hommage à la mémoire du savant professeur et un grand service à de nouvelles générations d'étudiants en leur fournissant un excellent ouvrage d'introduction à l'étude de l'algèbre supérieure.

Ce traité est principalement consacré à l'étude de la Théorie des équations et de celle de déterminants. On y trouve tout d'abord les propriétés générales des équations algébriques, puis la résolution algébrique des équations et enfin la résolution arithmétique, qui se termine par un chapitre entièrement consacré à la méthode de Graeffe.

La dernière partie traite de la théorie et des applications des déterminants.

F. Dingeldey. — **Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrechnung.** Erster Teil. — 1 vol. in-8°, relié, 202 p.; 6 M.; B. G. Teubner, Leipzig.

Il existe de nombreux recueils de problèmes de Calcul différentiel et intégral, mais ils se bornent, pour la plupart, à des applications théoriques appartenant à l'Analyse et à la Géométrie. Cette nouvelle collection envisage plus particulièrement la Géométrie et les mathématiques appliquées, notamment la Physique et les sciences techniques. A ce titre elle est appelée à jouer un rôle utile dans les cours de mathématiques générales.

Ce premier volume est consacré aux applications du Calcul différentiel. Au début de chaque paragraphe l'auteur résume les notions théoriques utiles à la résolution des problèmes. Ceux-ci sont ensuite résolus; s'il y a lieu, l'auteur se borne à quelques indications sur la marche à suivre ou il donne simplement les résultats.

La table analytique qui termine le volume permettra de trouver immédiatement des problèmes sur tel sujet donné.

O.-D. Chwolson. — **Traité de Physique.** Ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande, par E. Davaux. Edition revue et considérablement augmentée par l'auteur. Tome IV, 1er fasc.: *Champ électrique constant.* — 1 vol. gr. in-8°, 430 p.; 12 fr.; A. Hermann, Paris.

Nous avons déjà attiré l'attention de nos lecteurs sur ce Traité de Physique, qui est caractérisé par l'esprit moderne de son exposition, et nous leur avons signalé les fascicules qui intéressent les mathématiciens.

Ce premier fascicule du Tome IV a pour objet l'étude des phénomènes concernant le *champ électrique constant.* Par suite de la situation tout à fait singulière dans laquelle se trouvent actuellement la science des phénomènes électriques et magnétiques, le tome IV offre un intérêt tout particulier. On se trouve en effet aujourd'hui en présence de trois points de vue dans cette science: la structure extérieure, les applications et la théorie des phénomènes. L'auteur examine ces questions en toute sincérité au début de l'ouvrage, en passant en revue les différentes théories actuellement en présence.

Antonio Cabreira. — **Les mathématiques en Portugal.** Deuxième défense des travaux de Antonio Cabreira. — 1 vol. in-8°, XXXIX-118 p., en vente chez l'auteur, rue des Taipas, T. C., Lisbonne.

Dans cette brochure, M. A. Cabreira présente la défense de ses travaux, pour répondre aux critiques de M. R. Guimaræs. Nous avons donné, dans le n° du 15 mars 1910, l'analyse de l'ouvrage où M. Guimaræs attaque les travaux de M. Cabreira. L'impartialité exige que la brochure de M. Cabreira soit signalée aux lecteurs de cette analyse. E. Lebon (Paris).

Atti del IV Congresso internazionale dei Matematici *(Roma, 6-11 aprile 1908), pubblicati per cura del Segretario Generale* G. Castelnuovo. — 3 volumes, gr. in-8°, 35 fr.; Tip. della R. Accademia dei Lincei; en commission chez E. Lœscher & Cie, Rome.

Faisons un peu de statistique.

Aux quatre Congrès internationaux des mathématiciens qui eurent lieu dans les années 1887 (Zurich), 1900 (Paris), 1904 (Heidelberg) et 1908 (Rome), assistèrent respectivement 242, 242, 396 et 688 personnes. Les Comptes rendus des trois premiers forment pour chacun un volume de 314, 454 et 766 pages ; tandis que pour le dernier ils remplissent trois forts volumes, dont le nombre total des pages monte à 1122. Dans ces Comptes rendus, les communications scientifiques arrivent respectivement à 32, 32, 78 et 125 ; en outre, ils renferment le texte des conférences générales qui furent deux dans le premier congrès, cinq dans le second, quatre dans le troisième (en dehors de la commémoration de Jacobi lue par M. Kœnigsberger) et dix dans le dernier (sans compter le Rapport sur le Prix Guccia). Or si l'arithmétique n'est pas une opinion et si la statistique n'est pas une science indigne de ce nom, ces données nous semblent prouver que le succès de ces réunions périodiques de savants suit une ligne qui monte rapidement ; c'est donc un devoir de rappeler les noms de MM. Laisant et Lemoine qui, les premiers, mirent à l'ordre du jour l'épineuse question de leur organisation (voyez *L'Intermédiaire des mathématiciens*, T. I, 1894, p. 113) et qui déployèrent une activité bien dirigée pour qu'on arrivât à un accord international sur ce sujet. Et il est facile de prévoir que le prochain Congrès (Cambridge, 1912) ne sera pas inférieur aux précédents ; il est encore à souhaiter qu'il réussisse à resserrer encore les liens entre les mathématiciens anglais et leurs collègues du continent.

L'importance des Comptes rendus des trois premiers Congrès est bien connue par tout le monde ; on les trouve dans toute bibliothèque, publique ou privée, fréquentées par les mathématiciens, et ils sont bien souvent consultés et cités. Or, sans crainte d'être démenti, nous pouvons affirmer que les Comptes rendus du Congrès de Rome auront le même sort. Cela paraît évident à tous ceux qui participèrent à cette réunion ; mais pour la démontrer à tout le monde il faudrait que nous fassions une analyse détaillée des trois beaux volumes que nous avons sous les yeux. Malheureusement cela est impossible en raison des limites forcément restreintes d'une analyse bibliographique, et c'est même inutile dans cette revue qui, un mois après le Congrès, a déjà donné un compte rendu détaillé embrassant 40 pages. Bornons-nous donc à remarquer qu'à ces volumes devront à l'avenir avoir recours tous ceux qui s'intéressent à deux grandes questions dont la solution a été esquissée à Rome : c'est-à-dire l'unification des notations vectorielles et la détermination des lignes générales d'une réforme de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires dont, depuis quelques années, on a reconnu la nécessité dans tous les pays civilisés. Comme sur ces questions les lecteurs de l'*Enseignement mathém.* ont été déjà minutieusement renseignés, nous terminons cette courte Note en souhaitant que la ville où l'esprit de Newton plane encore puisse voir le couronnement d'un édifice dont les bases furent posées dans la ville éternelle.

G. Loria (Gênes).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Livres nouveaux :

Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées, édition française publiée sous la direction de J. Molk ; tome II, 3e vol. : *Equations différentielles ordinaires,* fasc. 1. *Sommaire :* Existence de l'intégrale géné-