

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1909)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: J.-C. Fields. — Theory of the algebraic Functions of a complex variable. — 1 vol. in-4°, 186 p.; Mayer et Müller, Berlin.

Autor: Dumas, G.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

loppement psychologique et comme instrument de naissance, et 2^o ceux qui se rapportent au sens et à l'acquisition des concepts plus généraux d'espace, temps, force, mouvement, etc., et à leur emploi dans la science.

C'est aux premiers qu'est consacré la suite du volume présenté aujourd'hui au public. Dans *la logique pure*, l'auteur recherche la valeur réelle des lois formelles du raisonnement et les conditions auxquelles elles deviennent un criterium probant à l'égard des faits ; pour *la logique formelle*, il a besoin de retenir son nom, comme instrument rigoureux de transformation du raisonnement dont la valeur peut être contrôlée indépendamment des vérifications de l'expérience et de la vérité ou de la fausseté des hypothèses, voire même de leur contenu effectif, c'est-à-dire de la signification réelle du raisonnement.

J.-C. FIELDS. — **Theory of the algebraic Functions of a complex variable.**
— 1 vol. in-4^o, 186 p. ; Mayer et Müller, Berlin.

De tous les domaines des sciences mathématiques, l'un des plus explorés et des plus étudiés, l'un de ceux auxquels la plupart des géomètres reviennent avec prédilection, est celui des fonctions algébriques d'une variable. Les notions les plus diverses y affluent et c'est par des méthodes très éloignées en apparence que les mêmes problèmes se trouvent résolus.

Ici, comme d'ailleurs dans presque toutes les théories, l'évolution historique n'a pas suivi la voie qui semble la plus logique. Le théorème d'Abel, par exemple, puis, plus tard, tous les résultats auxquels Riemann fut conduit, intuitivement pour ainsi dire, en considérant les surfaces qui portent son nom, ont précédé les célèbres leçons de Weierstrass. Celui-ci fut l'un des premiers qui s'efforça de fonder systématiquement la théorie des transcendentes abéliennes sur celle des fonctions algébriques proprement dites.

Les mêmes tendances se retrouvent aujourd'hui chez ceux qui, disciples de Kronecker et de MM. Dedekind et Weber, adoptent des procédés arithmétiques qui, convenablement modifiés, devront permettre un jour d'édifier parallèlement à la théorie supérieure des nombres une théorie complète des fonctions algébriques de une ou plusieurs variables indépendantes.

M. Fields, dont le remarquable volume a paru peu après le grand traité de MM. Hensel et Landsberg¹, paraît avoir eu, comme peut-être aussi ces deux auteurs, le désir essentiel de montrer comment on pourrait parvenir à un pareil résultat. Comme eux et avec tous ceux qui cherchent à se placer au point de vue arithmétique, M. Fields s'attaque d'abord à un problème qu'avec raison on considère comme fondamental pour toutes ces mêmes théories, celui de la construction de fonctions du corps algébrique considéré ayant en des points donnés de la surface de Riemann correspondante des infinis d'ordres donnés.

MM. Hensel et Landsberg font dans ce but usage de systèmes fondamentaux dont ils transforment successivement les fonctions, tandis que M. Fields, en se servant d'une *méthode*, dite par lui de *déformation des produits*, arrive au même résultat. Cette méthode elle-même sera suffisamment caractérisée, quoique d'une façon sommaire, en disant qu'étant donnée une fonction $G(z, \nu)$ qui, décomposée en facteurs, s'écrirait :

$$G(z, \nu) = \gamma_{n-1} (\nu - Q_1) (\nu - Q_2) \dots (\nu - Q_{n-1}),$$

¹ HENSEL et LANDSBERG, *Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale.*

M. Fields modifie séparément et d'une manière convenable, par suppression des termes de moindre degré, chacune des séries de puissances

$$Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}.$$

M. Fields suppose donc connue toute la théorie du développement des fonctions algébriques en séries de puissances dans le voisinage d'un point donné.

Une fois résolues toutes les questions qui touchent au problème fondamental, M. Fields arrive sans difficulté au point central de toute sa théorie, à son *théorème complémentaire*, par lequel du nombre des constantes qui interviennent dans une fonction arbitraire, on passe à celui des constantes de la fonction la plus générale dont les infinis constituent un *système adjoint* du système des infinis de la fonction donnée.

Du théorème complémentaire découlent ensuite comme simples corollaires les propositions les plus essentielles, celles de Brill-Noether et de Riemann-Roch qui, en dernier ressort, lui sont d'ailleurs équivalentes. Les théorèmes connus touchant les points de Weierstrass en sont de même des conséquences immédiates. M. Fields peut aussi, en se basant sur le théorème complémentaire, établir que le genre reste inaltéré à la suite d'une transformation birationnelle quelconque, puis généraliser les formules de Plücker et esquisser enfin une théorie des systèmes corésiduels. Le livre s'achève par un aperçu rapide des propriétés essentielles des intégrales abéliennes de chaque espèce.

Les deux théories, celle de M. Fields d'une part et celle de MM. Hensel et Landsberg d'autre part, quoique tout à fait distinctes et indépendantes, suivent une marche parallèle. Au moment, toutefois, où le premier de ces auteurs s'arrête, les deux autres poursuivent en utilisant systématiquement une notion dont M. Fields ne fait usage nulle part mais qui simplifie la plupart des énoncés, celle des diviseurs premiers algébriques.

N'importe. Le but que M. Fields s'était proposé se trouve complètement atteint. Sa théorie ne laisse rien à désirer. Le théorème complémentaire est établi sans aucune hypothèse restrictive touchant les singularités de l'équation qui sert à la définition du corps. A cet égard, M. Fields va très loin puisqu'il lui est indifférent de supposer que celle-ci soit ou non irréductible, pourvu que les facteurs multiples en aient été éliminés. Cette hypothèse a son avantage car elle le conduit dans le cours du volume à une extension de la notion de genre ainsi qu'à un certain critère d'irréductibilité.

Le livre de M. Fields est intéressant d'un bout à l'autre ; la personnalité de son auteur, connu par d'excellents travaux antérieurs, sa compétence absolue, le soin apporté à chaque page du volume rédigé une première fois en 1898, sont autant de garants que l'ouvrage ci-dessus sera aussi bien accueilli des chercheurs en quête de méthodes nouvelles que des amateurs de rigueur absolue, désireux en même temps d'une exposition aussi rigoureuse que possible.

G. DUMAS (Zurich).

R. LE VASSEUR. — **Quelques démonstrations relatives à la théorie des nombres entiers complexes cubiques.** — Propriétés de quelques groupes d'ordre fini. — 1 vol. gr. in-8°, 66 p. ; 3 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1908.

Dans un mémoire publié en 1897 (*Ann. de la Fac. des Sciences de Toulouse*) Stieltjes a énoncé, sans démonstration, quelques propositions relatives