

# CAS PARTICULIERS D'EMPLOI DISSIMULÉ DE LA MÉTHODE EXPÉRIMENTALE DANS LES TEMPS LES PLUS RÉCENTS

Autor(en): **BOBYNIN, V.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10153>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

dans le sens positif si  $J$  est positif dans  $\bar{A}$  et nous circulerons toujours sur le contour de  $\bar{\Delta}_i$  dans le sens négatif si  $J$  est négatif dans  $\bar{A}$ .

Ainsi les triangles  $\bar{\Delta}_i$  couvrent la région  $\bar{A}$  *sans en sortir*, si les triangles  $\Delta_i$  couvrent la région  $A$  *sans en sortir*. (2) montre que en appliquant le principe de substitution des infiniments petits, nous avons

$$\iint_A f(x, y) da = \iint_{\bar{A}} f[X(u, v), Y(u, v)] |J| d\bar{a}$$

quand  $d\bar{a}$  est l'élément d'aire de  $\bar{A}$ .

Dans le cas de trois variables notre élément de volume serait naturellement le tétraèdre.

M. B. PORTER (Austin, Texas).

(Traduction de M<sup>lle</sup> R. MASSON, Genève).

---

CAS PARTICULIERS D'EMPLOI DISSIMULÉ  
DE LA  
MÉTHODE EXPÉRIMENTALE  
DANS LES TEMPS LES PLUS RÉCENTS

---

I. — Dans la science moderne, outre les résultats indiqués précédemment<sup>1</sup> et obtenus par le développement de la méthode des essais et de sa forme particulière, il existe aussi des théories qui se servent directement de ces deux méthodes. Si cet emploi paraît actuellement un peu obscur, cela ne tient qu'à la forme de l'exposition ordinairement en usage dans les manuels et non à la nature du problème. Parmi ces théories-là, dans l'arithmétique élémentaire et dans l'algèbre supérieure on peut indiquer *la division des nombres entiers, l'extraction des racines, et la détermination des valeurs numériques des racines d'une équation.*

<sup>1</sup> V. L'Ens. Math., 8<sup>e</sup> année, p. 177-150, 1906. 7<sup>e</sup> année, p. 343-356, 1905.

2. — La division des nombres entiers, considérée comme une action dérivée de l'action de soustraire, se présenta d'abord à l'humanité sous la forme de la question : de combien de parties égales au plus petit des deux nombres donnés se compose le plus grand ? Le chemin le plus court, indiqué par la question même, consiste en soustractions successives du diviseur jusqu'au moment où l'on obtient dans le reste un nombre égal à zéro, ou un nombre plus petit que le diviseur. Pour peu que le quotient soit grand, le procédé est très long et on a cherché à l'abrégé le plus possible. Le moyen le plus simple fut donné par l'idée qu'il était possible de remplacer plusieurs ou bien toutes les soustractions par une seule, c'est-à-dire par la soustraction du dividende du produit du diviseur par le nombre de toutes les soustractions dans le premier cas et par le quotient dans le second cas. Sous l'influence de cette idée la question de la division apparut sous une nouvelle forme : trouver un nombre qui, multiplié par le diviseur, donne un nombre ou bien égal au dividende ou n'en différant que par un nombre plus petit que le diviseur. A cette forme de la question on a déjà appliqué autrefois la méthode des essais. Considérons par exemple les trois cas suivants de division :  $32,647 : 324$  ;  $33,758 : 324$  ;  $78,547 : 324$ . La détermination des limites entre lesquelles doivent se trouver les essais, nous donne 100 et 1000. Si pour l'essai initial on prend la limite inférieure et qu'on le vérifie ensuite par les conditions de la question, on trouve qu'il convient dans le premier cas et ne réussit pas dans les deux autres. On a :

32647	33758	78547
32400	32400	32400
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
247	1358	46147
	1296	32400
	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
	62	13747
		12960
		<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
		787
		324
		<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
		463
		324
		<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
		139

Il faut noter que la différence trouvée par la vérification

dans le second cas est plus petite que le produit de l'essai par le diviseur et plus grande dans le troisième cas. Pour que dans le troisième cas cette différence soit encore plus petite que le produit mentionné, on soustrait de la différence trouvée le produit de l'essai par le diviseur autant de fois que possible, c'est-à-dire pas moins d'une fois et pas plus de neuf fois. Ce nombre étant déterminé soit directement par soustraction soit par les essais, on voit immédiatement qu'il représente les unités de l'ordre supérieur du quotient cherché. Ainsi s'applique la méthode de la formation ou de la composition graduelle de l'inconnu suivant les conditions de la question, le procédé consistant en la détermination successive des nombres des unités des différents ordres du quotient cherché. Dans le troisième des cas considérés le nombre des soustractions successives ou, ce qui revient au même, le nombre des centaines dans le quotient cherché égale 2. Or ce résultat étant acquis, la différence est aussi bien que dans le second cas plus grande que le diviseur et la question se pose : par quel nombre faut-il multiplier le diviseur pour que le produit obtenu soit ou bien égal à cette différence ou bien qu'il n'en diffère que par un nombre plus petit que le diviseur. Les limites inférieure et supérieure des essais ayant pour but de déterminer ce nombre sont 10 et 100. Après avoir commencé de nouveau les essais par la limite inférieure 10 et constaté l'échec par vérification, on recommença le chemin déjà fait auparavant et l'on trouve au quotient 40 et comme reste 787. Mais ce reste étant plus petit que le soustrahende 3240 est encore plus grand que le diviseur. En le traitant de la même façon et en limitant les essais pour les nombres 1-10, on trouve 2 pour le nombre des unités du quotient et 139 comme reste. Ici la division s'achève, car ce nombre est plus petit que le diviseur. En ce qui concerne le quotient tout entier, en réunissant ses parties trouvées, 200, 40 et 2, on le trouve égal à 242. Enfin dans le deuxième cas de division considéré, que nous avons laissé provisoirement de côté, le même procédé nous amène à 4 comme la dernière partie du quotient et au reste 62 plus petit que le diviseur. Le quotient complet fourni par la réu-



nion de ses parties trouvées 100 et 4, est donc dans le second cas 104.

En schématisant ce procédé exposé de la division des nombres entiers, on peut dire que : *pour déterminer le nombre des unités du plus haut des ordres qui forment le quotient, il faut le nombre des unités du même ordre dans le dividende à diviser par le diviseur ; de même pour la détermination des nombres des unités des ordres suivants du quotient, il faut diviser par le diviseur les nombres des unités du même ordre dans les restes correspondants.* On voit que ce schéma n'est autre chose qu'un bref exposé de la règle, citée dans les manuels élémentaires d'arithmétique.

Ces règles si simples et compréhensibles de la division des nombres entiers ont été entièrement perdues au cours des siècles pour la science scolaire et les auteurs des traités d'arithmétique ont employé des procédés tout à fait artificiels, fondés sur la considération de cas particuliers. Ces procédés ont tellement compliqué le sujet et rendu si difficile sa compréhension, que le chapitre de la division dans l'arithmétique des nombres entiers est devenue le plus difficile pour les commençants. J.-A. Serret dans son traité d'arithmétique, qui est l'un des meilleurs manuels existants, considère préalablement en quatre pages pour déduire la règle de division des nombres entiers dans le cas général, « détermination du nombre de chiffres du quotient », « cas particulier où le quotient n'a qu'un chiffre », « principe sur lequel repose la division lorsque le quotient a plusieurs chiffres ». En outre dans ce même manuel l'exposition « du cas général de la division » occupe trois pages et plus loin le « cas particulier où le diviseur est terminé par des zéros » presque une page.

3. — Les pythagoriciens apprirent aux anciens Grecs à connaître les nombres carrés, dont on se sert dans l'extraction de la racine carrée, par la méthode des essais, déjà connue dans ses traits généraux. Puis on établit le tableau des nombres carrés fournissant avec une approximation d'une unité la racine carrée du chaque nombre entier donné. En ce qui concerne la partie fractionnaire de la racine carrée,

Théon d'Alexandrie, le mathématicien grec du 4<sup>me</sup> siècle après J.-C., dans son commentaire du premier livre d'*Almageste* de Ptolémée et de même que Ptolémée utilisait pour la détermination de cette partie la méthode des rectangles ou du gnomon. L'emploi fréquent de cette méthode chez les mathématiciens du 16<sup>me</sup> siècle et des siècles voisins permet d'affirmer avec certitude que cette méthode était employée avec la méthode des essais aussi pour la détermination de la partie entière de la racine. Voici sous quelles formes devait se présenter dans ce cas le procédé de l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier. Soit à déterminer  $\sqrt{8476}$ . Le nombre donné se trouvant entre 1000 et 10000, les limites des essais seront 10 et 100. En prenant comme essai initial le nombre 90, nous le trouverons entièrement satisfaisant, car la soustraction du carré de ce nombre du nombre donné, donne un nombre plus petit que le minuende. Or la bande *bab* qu'on ajoute au

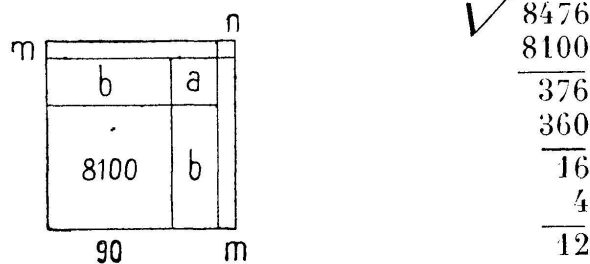


Fig. 1.

carré  $90^2 = 8100$  se compose d'un carré  $a$  et de deux rectangles  $b$  et  $b$ , ayant comme côtés inégaux le côté 90 et le côté inconnu du carré  $a$ . C'est pour la détermination de ce dernier qu'il faut faire un essai. Mais si, d'accord avec la méthode de la formation ou de la composition graduelles de l'inconnue, selon les conditions de la question, on tient compte du fait que la détermination du nombre des dizaines de la racine étant déjà faite, le côté du carré  $a$  doit représenter le nombre de ses unités, — alors il faudra prendre pour les limites des essais, qui servent à la détermination de ce côté les nombres 1 et 10. Si l'on fait l'essai 1 la somme des aires des rectangles  $b$  et  $b$ , 180, et de celle du carré  $a$  1 sera 181, ce qui ne suffit pas pour faire disparaître aussi complètement que

possible de la différence 376, trouvée par la soustraction du carré 8100, ou, en d'autres termes, pour trouver dans le reste un nombre plus petit que le soustrahende. Or, comme l'essai suivant avec le nombre 2 est satisfaisant, le côté cherché du carré  $a$ , c'est-à-dire le nombre des unités sera 2. En faisant l'essai 1, ce même nombre peut être trouvé directement par la détermination du rapport de la différence 376 à la somme des aires des rectangles  $b$  et  $b$ , ceux-ci constituant la plus grande partie de la portion complémentaire, c'est-à-dire par la division de la différence 376, par la somme mentionnée. En le vérifiant ensuite par les conditions de la question, on verra si le quotient trouvé est en effet le côté cherché du carré ou bien s'il doit être diminué. Dans le cas actuel, le quotient 2 est le nombre cherché des unités de la racine. La racine carrée cherchée sera donc 92.

Examinons maintenant un exemple plus compliqué. Supposons qu'il faille déterminer  $\sqrt{743526}$ . Les limites des essais sont données par les nombres 100 et 1000 dont les carrés sont 10000 et 1000000.

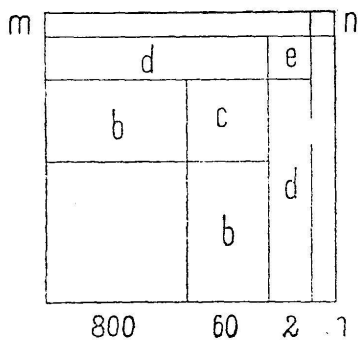


Fig. 2.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{743526} \\
 \underline{640000} \\
 103526 \quad | \quad 16000 \\
 \underline{96000} \quad | \quad \underline{6} \\
 7526 \\
 3600 \\
 \underline{3926} \quad | \quad 1720 \\
 3440 \quad | \quad \underline{2} \\
 486 \\
 \underline{\quad} \quad | \quad \underline{4} \\
 482
 \end{array}$$

En procédant comme dans l'exemple précédent on trouve le nombre des centaines (800) de la racine cherchée. Pour déterminer les nombres des ordres des dizaines et des unités prenons respectivement deux bandes  $b c b$  et  $d e d$ , dans lesquels le côté du carré  $c$  représentera le nombre des dizaines et celui du carré  $e$  le nombre des unités. Les essais de détermination des côtés de ces carrés seront compris respectivement entre les limites 10 et 100 et entre 1 et 10. En déterminant ensuite le côté du carré  $c$  par les moyens indiqués déjà

dans l'exemple précédent, c'est-à-dire soit par les essais, soit par la détermination directe du nombre cherché, en divisant la différence 103526 trouvée précédemment par la somme des rectangles  $b$  et  $b$  obtenus par l'essai 10, c'est-à-dire par le nombre 16,000, nous trouverons pour le côté cherché du carré  $c$  le nombre 60. Par les mêmes procédés pour le côté du carré  $e$  dans le gnomon  $d e d$ , ayant pour un des côtés de ses rectangles le nombre 860, nous trouverons le nombre 2. En réunissant les parties trouvées de la racine cherchée (800, 60 et 2), on trouve cette racine égale à 862. Les restes de l'extraction de la racine carrée dans les deux exemples (12 et 482) sont figurés par les gnomons  $m n m$ .

Des considérations précédentes sur l'extraction de la racine carrée, il résulte la règle suivante :

*Ayant déterminé le nombre des unités de l'ordre supérieur, les nombres des unités des ordres suivants s'obtiennent par la division du reste trouvé : par le double du nombre, qui représente dans la bande correspondante le plus grand côté de ses rectangles et en vérifiant ensuite par les conditions de la question le quotient trouvé regardé comme le nombre possible des unités de l'ordre considéré.*

En remplaçant la méthode géométrique par le procédé algébrique, et en renonçant à la méthode des essais et à sa forme particulière, on a non seulement privé le procédé de l'extraction de la racine carrée, non seulement de sa clarté primitive, mais on a compliqué l'exposé. La considération du schéma et la déduction de la règle facilitent grandement la première étude de l'extraction de la racine carrée, tandis que pour les commençants elle devient un objet d'étude des plus difficiles et vite oublié lorsqu'on se borne à la méthode algébrique.

Dans son manuel d'algèbre élémentaire, le professeur DAVYDOFF expose cette règle de la façon suivante: « on divise en tranches le nombre donné et l'on détermine le nombre dont le carré se rapproche le plus de la première tranche. Ce nombre représente le premier chiffre du quotient. Ayant soustrait son carré de la première tranche et ajouté la tranche suivante, on obtient le soi-disant premier reste ; en séparant

dans ce reste le dernier chiffre, nous divisons les autres par le double du premier chiffre de la racine; *le quotient est le second chiffre de la racine*; on le place à la droite du diviseur, on multiplie le diviseur avec le chiffre ajouté par le *second chiffre de la racine* et l'on soustrait le produit du premier reste; mais si le produit est plus grand que le reste, on diminue d'une unité le second chiffre de la racine. Au reste trouvé on ajoute la tranche suivante et l'on trouve de cette manière le soi-disant second reste, en le traitant comme le premier *on trouve le chiffre suivant de la racine* et ainsi de suite. Si le dernier reste est zéro, le nombre trouvé est la racine exacte du nombre donné; dans le cas contraire le nombre donné n'a pas de racine exacte ». A la démonstration et à l'exposition de cette règle sont consacrées neuf pages et la démonstration elle-même se base sur les faits suivants : la détermination préalable du nombre des chiffres de la racine; l'extraction de la racine carrée d'un nombre  $\geq 10$  et  $< 100$ ; enfin l'extraction de la racine dans le cas d'un nombre quelconque. En ce qui concerne l'exposé donné de la règle, outre ses défauts essentiels — longueur et manque de clarté — il contient dans les lignes par nous soulignées des affirmations inexactes au point de vue général et que contredit l'exposé dont elles sont suivies.

Dans le traité de J.-A. SERRET l'exposé de la règle considérée occupant toute une page est encore plus long, mais en revanche on a su éviter une affirmation inexacte signalée dans l'exposé du professeur Davydoff, et, ce qui est surtout remarquable, c'est grâce au fait que l'on s'est adressé directement à la vraie nature de l'objet, c'est-à-dire à la méthode des essais. En effet, dans le passage correspondant, Serret s'exprime ainsi «... on obtient ainsi un premier reste à la droite duquel on abaisse la deuxième tranche. On sépare le dernier chiffre du nombre ainsi formé, et l'on divise la partie à gauche par le double du premier chiffre de la racine. »

« Le quotient entier de cette division est égal ou supérieur au deuxième chiffre de la racine. Pour *essayer* ce chiffre, on l'écrit à la droite du double du premier chiffre de la racine, et l'on multiplie le résultat par le chiffre *essayé*. On retrans-

che le produit du nombre formé par le premier reste suivi de la deuxième tranche : si la soustraction peut se faire, le chiffre *essayé* est exact ; sinon, *on essaye* de la même manière le chiffre inférieur d'une unité, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait trouvé le chiffre exact. »

4. — La voie, suivie pour la démonstration de la règle de l'extraction d'une racine carrée, a conduit à la *règle de l'extraction de la racine cubique* d'un nombre entier.

En cherchant un procédé analogue à la méthode des rectangles on a été amené à envisager le cube. On décompose un cube de côté  $a + b$  en parties qui sont les termes du développement de  $(a + b)^3$ .

5. — Le procédé qui sert à la détermination de la valeur numérique d'une racine d'une équation d'un degré quelconque, connu sous le nom de *méthode de Newton* a été trouvé d'abord par VIÈTE qui l'a exposé dans son ouvrage *De numerosa potestatum purarum atque adfectarum ad exegesis resolutione.* »

Dans la science moderne on le déduit de la façon suivante, soit :  $f(x) = Q$  une équation à résoudre et soit  $a$  le nombre des unités de l'ordre supérieur de la racine cherchée trouvé par une voie quelconque. En désignant par  $p$  la partie complémentaire on trouve

$$f(a.10\dots 00 + p) = f(a.10\dots 00) + pf'(a.10\dots 00) + \frac{1}{2} p^2 f''(a.10\dots 00) + \dots = Q.$$

En négligeant dans cette expression tous les termes d'ordre supérieur à partir du terme  $\frac{1}{2} f''(a.10\dots 00) P$  et en divisant  $Q - f(a.10\dots 00)$  par  $f'(a.10\dots 00)$ , on trouve le nombre  $b$  pour les unités de l'ordre supérieur dans la partie complémentaire. Si l'on remplace maintenant dans la même équation  $p$  par  $b.10\dots 00 + q$ , où  $q$  représentera de nouveau la partie complémentaire de la racine cherchée cette équation s'écrira

$$f(a.10\dots 00 + b.10\dots 0 + q) = f(a.10\dots 00 + b.10\dots 0) + qf'(a.10\dots 00 + b.10\dots 0) + \frac{1}{2} q^2 f''(a.10\dots 00 + b.10\dots 0) + \dots = Q$$



d'où il résulte le nombre  $c$  des unités de l'ordre supérieur dans la partie complémentaire; en négligeant les termes d'ordres supérieurs on aura le quotient

$$\frac{Q - f(a.10\dots 00 + b.10\dots 0)}{f'(a.10\dots 00 + b.10\dots 0)} \text{ etc.}$$

6. — Viète examine le cas des équations du deuxième degré dans son ouvrage *ad Logisticen speciosam notae priores et posteriores*; il est parvenu à sa méthode par l'extension de la méthode des rectangles à l'expression

$$(A + B)^2 + D(A + B).$$

Cette extension s'obtenait par l'augmentation du carré construit sur le côté  $A + B$  par le rectangle construit sur le même côté et ayant pour l'autre côté  $D$ . Pour déterminer à l'aide de cette extension le nombre des unités des différents ordres, qui forment la racine d'une des équations considérées par Viète

$$x^2 + 7x = 60750,$$

on peut procéder de la façon suivante : La valeur approchée de la racine carrée du nombre 60750 est 246, donc le nombre des unités de l'ordre des centaines dans la racine de l'équation considérée ne peut surpasser 2, la racine elle-même étant plus petite que 246.

$$\begin{array}{r} 60750 \\ 41400 \\ \hline 19350 \quad 4070 \\ 17880 \quad \underline{4} \\ \hline 1470 \quad 487 \\ 1470 \quad \underline{3} \end{array}$$

En prenant le nombre 2 pour un essai, on le trouve satisfaisant, car la vérification par les conditions de la question nous donne pour la différence du nombre 60750 et du binôme.

$$200^2 + 7.200 = 41400$$

un nombre plus petit que le soustrahende. Cette différence, c'est-à-dire le nombre 19350, représente comme c'est facile à voir la portion  $a d b e c f$ . On trouve facilement que les

essais de la détermination de nombre doivent être compris entre les limites 10-100. On prend pour l'essai initial la limite inférieure ; on le vérifie par les conditions de la question, c'est-à-dire on soustrait du nombre 19350 le nombre  $2.200.10 + 100 + 70 = 4170$ , fourni par l'essai. On voit que l'évanouissement du premier nombre n'est aussi complet qu'il pouvait être ou, en d'autres termes, on n'obtient pas dans le reste (15180) un nombre plus petit que le soustrahende. En passant aux essais suivants 20, 30, 40, on trouve que l'évanouissement aussi complet que possible du nombre 19350 se réalise seulement par l'essai 40, cet essai donnant pour reste de la soustraction  $19350 - (2.200.40 + 1600 + 280)$  le nombre 1470 plus petit que le soustrahende 17880. Comme dans le cas de l'extraction de la racine carrée, le processus compliqué de la considération des quatre essais consécutifs peut être remplacé par la détermination directe du plus grand essai de tous les essais possibles par la division du nombre 19350 par la somme des trois rectangles qu'on obtient au moyen de l'essai 10, c'est-à-dire par le nombre 4070 soit  $407.10$ . Le quotient 4 provenant de cette division est le plus grand essai possible servant à déterminer le nombre des dizaines de la racine. En effet, d'après ce qui précède cet essai vérifié par les conditions de la question est précisément ce nombre. Après avoir déterminé les côtés du carré  $b$  dans le gnomon  $abc$ , soit le nombre des dizaines de la racine. on passe à la détermination du nombre des unités ou en d'autres termes à la détermination du côté du carré  $e$  dans la portion  $def$ . Les essais correspondants seront donc compris entre les limites 1-10. En suivant la même marche que dans le cas précédent on trouve le nombre cherché soit par les essais subséquents, soit par la division du dernier reste 1470, considéré comme représentant toute la bande  $def$  ou sa plus grande partie, par la somme des trois rectangles du gnomon, obtenu au moyen de l'essai 1, c'est-à-dire par le nombre  $2.240 + 7 = 487$ . Le quotient trouvé 3, après la vérification par les conditions de la question, en effet se trouve être égale au nombre cherché et le nombre 243, obtenu par la réunion des côtés des trois carrés  $200 + 40 + 3$ ,



est la racine cherchée exacte de l'équation, donnée du deuxième degré.

En schématisant le processus exposé, on peut dire qu'après avoir déterminé par les essais le chiffre de l'ordre supérieur de la racine (la limite supérieure de cet essai est indiquée par la racine carrée du terme connu de l'équation) les chiffres suivants se déterminent par la division de chacun des restes par la somme des aires des trois rectangles, appartenant au gnomon correspondant et calculés au moyen de l'essai unité de l'ordre considéré, et ensuite par la vérification par les conditions de la question du quotient obtenu, envisagé comme le nombre possible des unités de l'ordre considéré. Comme c'est facile à voir dans toutes ces divisions, le diviseur est la dérivée de la fonction  $f(x)$ , dont l'expression est la partie gauche de l'équation et dans laquelle  $a$  est remplacé par sa partie trouvée accompagnée d'un certain nombre de zéros, représentant les ordres de la partie encore inconnue de la racine.

7. — Un procédé analogue pour calculer la racine d'une équation du troisième degré a été trouvé par Viète, soit par la même voie, comme dans le cas d'une équation du deuxième degré, c'est-à-dire par une méthode analogue à la méthode des rectangles, soit algébriquement par un moyen, dont il se sert dans les cas des équations des 4<sup>me</sup>, 5<sup>me</sup>, 6<sup>me</sup> degrés. Ce moyen consiste d'abord à remplacer  $x$  dans l'équation considérée par la somme

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots$$

où  $x_1, x_2, x_3, \dots$  sont les nombres des unités des ordres consécutifs de la racine; ensuite on ordonne les termes, obtenus après la substitution, cette opération étant conciliée avec les besoins de l'élucidation de la règle cherchée. Mais il n'y a pas de raison pour entrer dans les détails de ce procédé, car il ne se trouve pas en rapports directs avec la méthode des essais. Les mathématiciens de nos jours sont loin de la compréhension et de la connaissance des méthodes employées par Viète; on peut en juger : 1) par les paroles de Moritz Cantor<sup>1</sup>, relatives au passage correspondant

<sup>1</sup> Moritz CANTOR, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. II, S. 588.

dans la résolution d'une équation du deuxième degré citée plus haut, qu'en divisant 19350 par 407 on obtient  $x_2 = 40$ , et 2) par le compte rendu de Maximilien Marie sur l'ouvrage de Viète, consacré au sujet considéré, qu'il envisage comme « un essai infructueux de résolution des équations de tous les degrés à coefficients numériques <sup>1</sup>. »

(Traduction de M. V. FRÉDÉRICHSZ, Genève.)

V. BOBYNIN (Moscou).

---

## LE LEMME FONDAMENTAL DE LA THÉORIE DES NOMBRES

---

AVANT-PROPOS. — Historiquement, la théorie des nombres tire son origine des spéculations des Anciens sur les identités géométriques ou algébriques, les proportions, les progressions, les combinaisons, les nombres polygones, figurés, parfaits, les carrés magiques, les problèmes indéterminés et surtout les triangles rectangles en nombres entiers; mais la voie la plus naturelle qui y conduit est sans contredit, l'idée de congruence, énoncée explicitement, pour la première fois par Gauss. Plus immédiatement, on peut établir cette théorie en partant, par exemple, de l'analyse indéterminée, du théorème de Fermat, de la théorie des résidus, de la loi de réciprocité, de la formule de Moivre, ou encore d'un théorème démontré par Euler, page 75 du tome VIII des *Novi Comm. Petr*<sup>2</sup>.

Ce dernier moyen paraît le plus propre à pénétrer rapidement dans le sujet, car il en fait comprendre d'un seul coup

<sup>1</sup> Maximilien MARIE. *Histoire des Sciences mathématiques et physiques*, III, p. 61.

<sup>2</sup> « Si per numerum quemcunque  $n$  termini progressionis arithmeticae cujuscunque, cujus differentia sit numerus ad  $n$  primus, dividantur, inter residua occurrent omnes numeri divisore  $n$  minores ».