Über die untere Grenze der Ordnung n -stufig nichtkommutativer Gruppen.

Autor(en): **Szépál, I.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **27 (1953)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-21886>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALTSVERZEICHNIS

§ 1.	Einleitung und Übersicht	1
§ 2.	Nichteuklidische Bewegungen	13
§ 3.	Allgemeines über Riemannsche Flächen und analytische Abbildungen	17
§ 4.	Die Moduln der Wegklassen einer hyperbolischen Riemannschen Fläche. Flächen mit diskretem Modulspektrum	24
§ 5.	Die hyperbolische Metrik und das Schwarzsche Lemma	26
§ 6.	Verallgemeinerung des Großen Picardschen Satzes	28
§ 7.	Hilfssätze über stetige Konvergenz von Abbildungsfolgen	32
§ 8.	Verallgemeinerung des Montelschen Satzes über Folgen meromorpher Funktionen mit drei Ausnahmewerten	33
§ 9.	Beweis von Satz A	37
§ 10.	Beweis von Satz B	40
§ 11.	Beweis von Satz C	43
§ 12.	Vier Lemmata	44
§ 13.	Beweis von Satz I	54
§ 14.	Beweis von Satz II.	57
§ 15.	Beweis von Satz III	58
§ 16.	Beweis von Satz IV	60
§ 17.	Beweis von Satz V	63
§ 18.	Beweis von Satz VI	64
§ 19.	Beweis von Satz VII	69
Literaturverzeichnis		72

Über die untere Grenze der Ordnung n -stufig nichtkommutativer Gruppen

Von I. SZÉLPÁL, Szeged (Ungarn)

In einer Arbeit¹⁾ hat *L. Rédei* die Stufenzahl n (≥ 0) der Nichtkommutativität für endliche Gruppen folgendermaßen definiert: Durch die Stufenzahl $n = 0$ sind die kommutativen Gruppen charakterisiert, und für eine beliebige Gruppe G soll n um 1 größer sein als das Maximum der Stufenzahlen der echten Untergruppen von G . Bezüglich dieser Stufenzahl will ich jetzt folgenden Satz beweisen:

¹⁾ *L. Rédei*, Das „schiefe Produkt“ in der Gruppentheorie, *Comment. Math. Helv.* 20 (1947), 225—264.

Die untere Grenze der Ordnung einer n -stufig nichtkommutativen Gruppe ist $3 \cdot 2^n$.

Zum Beweis konstruiere ich zunächst eine Gruppe G von der Ordnung $3 \cdot 2^n$, die n -stufig nichtkommutativ ist. G sei das direkte Produkt von $n - 1$ Gruppen 2-ter Ordnung $Z_1, \dots, Z_{n-1}$ und von der symmetrischen Gruppe S_6 der Ordnung 6:

$$G = Z_1 \times \dots \times Z_{n-1} \times S_6 .$$

Da S_6 eine 1-stufig nichtkommutative Gruppe ist, sieht man auf Grund der Untergruppenkette

$$G \supset Z_2 \times \dots \times Z_{n-1} \times S_6 \supset \dots \supset Z_{n-1} \times S_6 \supset S_6 ,$$

daß G eine mindestens n -stufig nichtkommutative Gruppe ist. Andererseits aber ist G höchstens n -stufig nichtkommutativ, da das letzte Glied U_n einer beliebigen (streng abnehmenden) Untergruppenkette

$$G \supset U_1 \supset \dots \supset U_n$$

als eine Gruppe von Primzahlordnung (oder von der Ordnung 1) immer kommutativ ist.

Es soll nur noch gezeigt werden, daß eine beliebige Gruppe G von einer Ordnung $< 3 \cdot 2^n$ höchstens $(n - 1)$ -stufig nichtkommutativ ist. Das ist für $n = 1$ klar. Nehmen wir an, daß die Behauptung für $n - 1$ statt n schon bewiesen ist, und betrachten wir eine Gruppe G von einer Ordnung $< 3 \cdot 2^n$. Dann ist die Ordnung einer beliebigen echten Untergruppe H von $G < 3 \cdot 2^{n-1}$, folglich ist H nach der Annahme höchstens $(n - 2)$ -stufig nichtkommutativ. Damit ist gezeigt, daß die Gruppe G höchstens $(n - 1)$ -stufig nichtkommutativ ist, und der Beweis des Satzes beendet.

(Eingegangen den 5. Juli 1952.)