Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 32 (1906)
Heft: 21

Artikel: Note relative aux abaques à alignment
Autor: Dumas, G.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-25592

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

32me Année. 10 novembre 1906. N° 21.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef: M. P. HOFFET, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : M. F. GILLIARD, ingénieur.

SOMMAIRE : *Note relative aux abaques à alignement*, par le Dr G. Dumas, privat-docent à l'Ecole polytechnique fédérale (suite et fin). — *L'énergie nécessaire pour l'exploitation électrique des chemins de fer suisses.* Communication de la Commission suisse d'études pour la traction électrique des chemins de fer, par M. le Secrétaire général Prof.-Dr Wyssling (suite et fin). — **Divers:** Application des turbines à vapeur aux stations centrales d'électricité (suite et fin). — *Nécrologie :* Fédor de Crousaz, ingénieur. — Groupe électrogène de 13 500 chevaux pour la centrale de Buenos-Aires. — Association amicale des Anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. Offres d'emploi.

Note relative aux abaques à alignement.

Par le Dr G. DUMAS,
Privat-Docent à l'Ecole polytechnique fédérale.

(Suite et fin)[1].

Abaque pour le calcul des colonnes.

Un abaque bien disposé doit pouvoir, sans dimensions exagérées ou sans échelles trop réduites, comprendre tous les cas qui, pratiquement, se rencontrent dans l'emploi d'une formule.

Celle d'Euler, à laquelle se rapporte le premier abaque de M. Morel s'écrit habituellement :

$$P = \frac{k \pi^2 E J}{m L^2}. \tag{11}$$

E représente le module d'élasticité exprimé en kilogrammes par centimètre carré, m un coefficient de sûreté. E et m varient avec le matériel utilisé. On prend fréquemment:

pour la fonte $m = 8$, $E = 1\,000\,000$ kg. par cm²
» le fer $m = 6$, $E = 2\,000\,000$ »
» le bois $m = 10$, $E = 100\,000$ »

Le coefficient k varie avec la manière dont travaille la colonne et suivant que l'une ou les deux extrémités de celle-ci sont libres ou encastrées. La figure 4 caractérise les quatre cas possibles et indique en même temps les valeurs correspondantes de k.

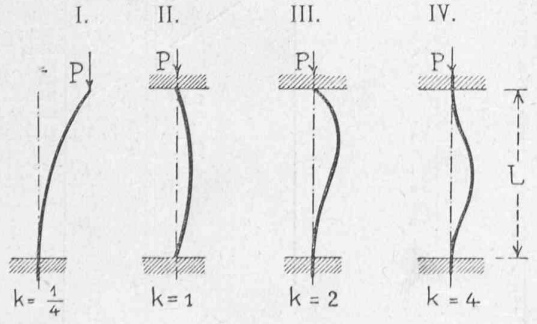

Fig. 4.

Dans (11) enfin, L est en centimètres la longueur de la colonne, P la charge effective exprimée en kilogrammes. J représente, en centimètres élevés à la 4me puissance, le plus petit moment d'inertie de la section normale.

M. Morel, en vue d'une bonne disposition d'abaque, a mis la relation (11) sous la forme

$$P = \frac{k \pi^2 E J}{10^7 m L^2}, \tag{12}$$

ce qui lui permet, sans modification des unités de mesure des autres quantités, d'exprimer respectivement L et P en mètres et en tonnes[1].

Dans (12) considérons le facteur $\frac{\pi^2 E}{10^7 m} = C$, comme constant, et écrivons :

$$P L^2 = C k J. \tag{13}$$

C reste le même, pour toutes les colonnes de même matériel.

Cette formule (13) est de même structure que la formule B précédemment considérée. En faisant correspondre à chacune des variables P, k et J trois échelles logarithmiques de modules égaux chacun à l'unité, à la variable L une échelle de module 2, on pourra, d'après ce que nous avons vu, établir un abaque de (13).

Il suffira de placer parallèlement à un axe médian Δ et symétriquement par rapport à lui, les échelles (P) et (L) d'une part, (J) et (k) d'autre part, en tenant compte d'une solution particulière de (13).

A chaque valeur distincte de C dans (13) correspond de la sorte un abaque. Nous aurons, par exemple, un abaque pour les colonnes en fer, un autre pour celles de bois et un troisième quand le matériel utilisé sera la fonte. Mais dans ces trois abaques on peut s'arranger de façon que les positions respectives des échelles (P), (L) et (J) soient identiques par rapport à l'axe médian. On peut, en outre, les superposer dans une même figure, dans laquelle seules les échelles (k), bien qu'ayant même support, ne sont point confondues.

[1] Voir N° du 25 octobre 1906, page 229.

[1] En tête de son abaque, M. Morel donne la formule (11). Celle-ci doit être remplacée par (12). Cette omission, qu'il est nécessaire de signaler dans une analyse théorique, n'a été d'aucune influence dans la construction de l'abaque, lequel est rigoureusement exact.

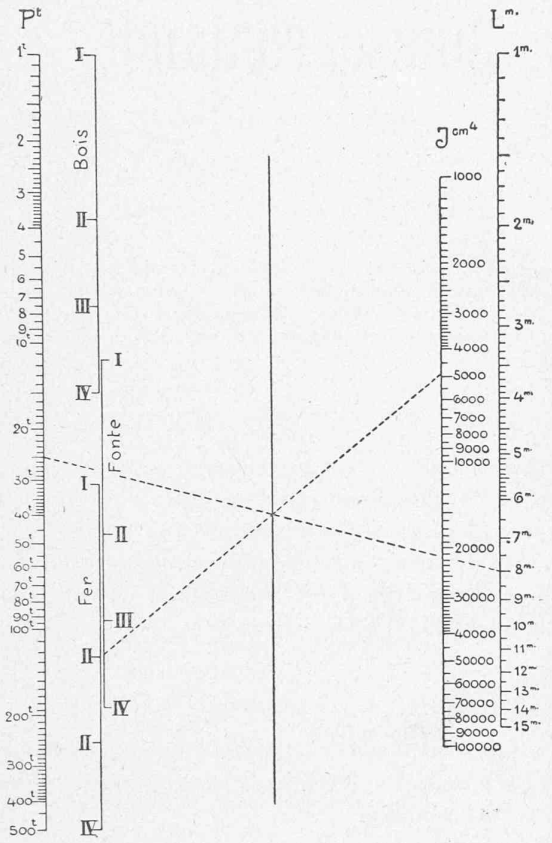

Fig. 5.

C'est ainsi qu'on obtient le premier abaque de M. Morel, reproduit figure 5. Les échelles (k) sont nettement séparées les unes des autres. Les mots « bois », « fer » et « fonte », placés respectivement le long de chacune d'elles, indiquent le genre de colonne à laquelle chaque échelle (k) se rattache, mais les divisions, au lieu d'être caractérisées par les valeurs de k, se distinguent, ce qui revient au même, par le numéro du cas, figure 4, auquel k se rapporte.

Les traits pointillés, figure 5, montrent que le plus petit moment d'inertie d'une colonne de 8 mètres en fer, libre aux deux extrémités et appelée à soutenir un poids de 25 tonnes, doit être de 4800 cm⁴.

Remarquons, enfin, qu'un abaque n'est là que pour suppléer à des calculs numériques. L'abaque de M. Morel n'est utilisable que pour autant qu'il en est de même de la formule d'Euler, dont il est en quelque sorte une traduction géométrique. Il faut donc prendre garde en utilisant un abaque, de ne s'en servir que dans les limites permises, quand bien même celui-ci semble donner des résultats plus étendus.

* * *

Abaque pour poutres métalliques uniformément chargées.

Pour le calcul des poutres soumises à la flexion, la formule

$$M = W \sigma$$

est fondamentale.

M représente le moment maximum des forces extérieures, W le moment de résistance d'une section, σ le coefficient de résistance à la traction ou à la compression. M est le produit d'une force exprimée en kilogrammes par une longueur donnée en centimètres. W s'exprime en centimètres cubes, σ en kilogrammes par centimètre carré.

Soit, d'autre part, l la portée, en centimètres, de poutres reposant librement sur leurs appuis, parallèles et distantes les unes des autres de a centimètres. Supposons-les appelées à supporter un plancher uniformément chargé à raison de p kilogrammes par centimètre carré. On a, dans ce cas,

$$M = \frac{p\, a\, l^2}{8}.$$

L'abaque n° 2 de la collection de M. Morel se rapporte à la formule

$$\frac{p\, a\, l^2}{8} = W \sigma.$$

Mais, chez ce dernier, p s'exprime en kilogrammes par mètre carré, a et l en mètres. Pour que σ et W soient respectivement des kilogrammes par centimètre carré et des centimètres cubes, nous devons écrire

$$\frac{p\, a\, l^2}{8} = \frac{W \sigma}{100}.$$

Il suffit de poser

$$\frac{8\, \sigma}{100} = C,$$

pour obtenir la relation

$$p\, l^2 = C\, W\, a^{-1}, \tag{14}$$

de forme identique à la relation B.

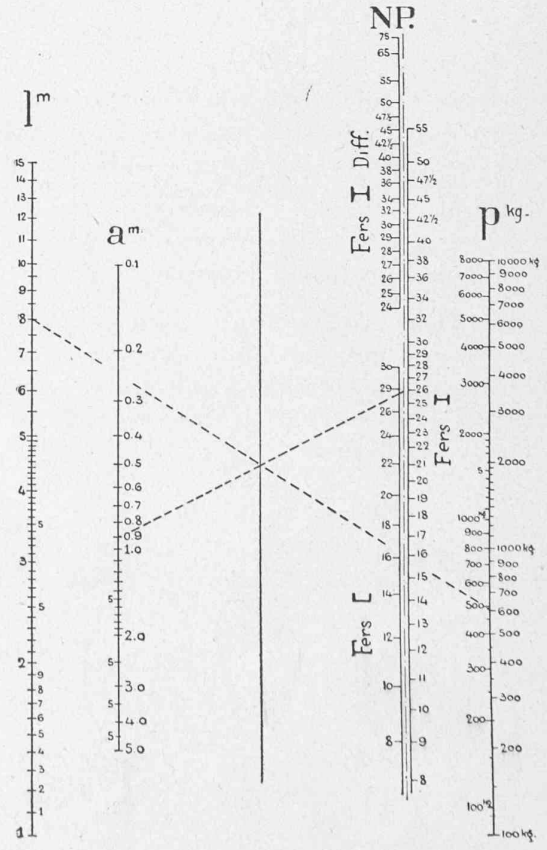

Fig. 6.

On a donc un abaque relatif à cette équation, en construisant des échelles logarithmiques (p), (l), (W) et (a), de modules respectivement égaux à $+1$, $+2$, $+1$ et -1, que l'on place ensuite parallèlement à un axe médian.

Ici encore, les échelles (p) et (l) d'une part, (W) et (a) d'autre part, doivent être à égale distance de chaque côté de cet axe médian et leurs positions respectives s'obtiennent par la considération d'un système de valeurs p, l, W et a vérifiant (14). Si, dans une même figure, on fixe la position des échelles (l), (W) et (a), celle de l'échelle (p) variera le long de son support avec la valeur de C. C lui-même dépend de σ.

M. Morel suppose σ égal soit à 800, soit à 1000 kg. par cm². Son abaque, figure 6, renferme de ce chef deux échelles (p), distinctes le long du même support. Celle de gauche correspond à $\sigma = 800$, celle de droite à $\sigma = 1000$. Les échelles (l), (a), (W) sont uniques. Les divisions de l'échelle (W) (échelle NP dans l'abaque), au lieu de moments de résistance en centimètres cubes, donnent les numéros des fers en double **T**, en double **T** de Differdingen et en **U** correspondants[1].

Les traits en pointillé, pour $\sigma = 1000$, indiquent que si $l = 8^m$, $a = 0{,}9^m$, $p = 600$ kg. par m² les fers en double **T** utilisables auront le n° 26 et les fers en **U** le n° 28.

Les numéros des fers en double **T** et en **U** sont ceux des profils normaux allemands. Tous les fers, dont il s'agit ici, sont, on le sait, d'usage courant en Suisse.

* * *

Abaque du déversoir complet.

De nombreuses formules ont été données touchant l'écoulement des eaux en déversoirs, figure 7. L'une des plus usitées est la suivante :

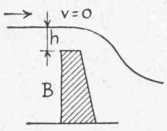

Fig. 7.

$$Q = \frac{2}{3}\mu b \sqrt{2g}\, h^{\frac{3}{2}}. \tag{15}$$

Elle se rapporte aux déversoirs complets, autrement dit dont la crête AB ne se trouve pas entièrement noyée dans la nappe en aval. Elle suppose aussi la nappe liquide en amont immobile, c'est-à-dire nulle la vitesse de ses particules fluides.

Un déversoir peut être considéré comme une échancrure rectangulaire à ciel ouvert. b est sa largeur en mètres, h la hauteur, en mètres également, du niveau de la nappe supérieure au dessus de la crête AB. g est la constante de la gravitation, égale à 9,81 ; Q le débit réel, compté en mètres cubes à la seconde. Si dans (15) on prenait $\mu = 1$, Q dans le premier membre serait le débit théorique toujours supérieur au débit réel. Ce dernier dépend d'une foule de circonstances, en particulier de la forme et de la disposition de la crête AB. On doit donc donner à μ, qui est un simple coefficient, des valeurs variant avec le déversoir spécial considéré.

Posons :

$$C = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g},$$

nous aurons la formule

$$Q\, b^{-1} = C\,\mu\, h^{\frac{3}{2}}. \tag{16}$$

Pour la comparer à la formule B, supposons

$$Q = \alpha, \quad b = \beta, \quad \mu = \gamma, \quad h = \delta.$$

L'équation (9) devient dans ce cas

$$\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{l_3} + \frac{3}{2\,l_4}$$

et admet en particulier la solution

$$l_1 = 1, \quad l_2 = -1, \quad l_3 = l_4 = \frac{5}{4}$$

d'où l'on déduit, conformément aux relations (7) :

$$\frac{a}{b} = -1, \qquad \frac{c}{d} = -\frac{3}{2}.$$

En se conformant à ces résultats, on obtient l'abaque imaginé par M. Morel et que reproduit la fig. 8. Les échelles (b) et (Q) sont à égale distance de l'axe médian. Le rapport des distances des deux échelles (u) et (h) à cet axe est égal à $-\frac{3}{2}$.

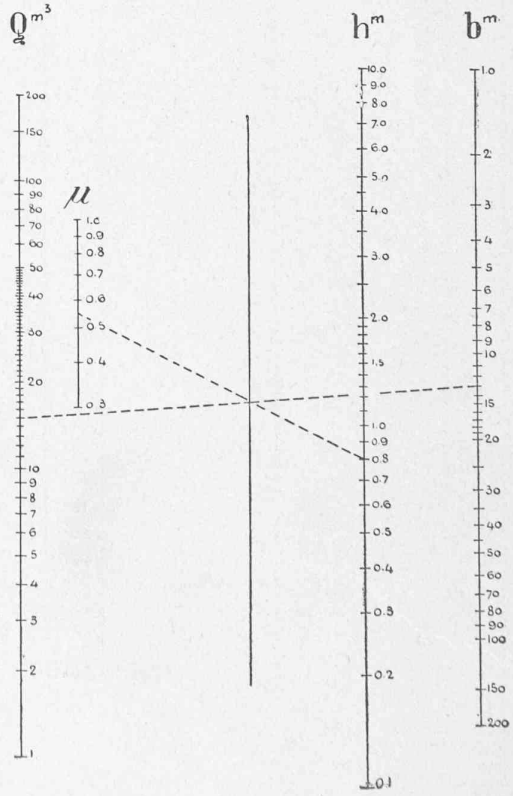

Fig. 8.

[1] Un abaque analogue, pour le calcul des poutres en bois de section rectangulaire, a été construit par M. Mandl, lieutenant du génie dans l'armée autrichienne. Publié dans les *Mitteilungen ueber Gegenstände des Artillerie- und Genie-Wesens*, 1893, il se trouve aussi reproduit à la page 223 du traité cité de M. M. d'Ocagne. Les abaques de MM. Mandl et Morel se complètent mutuellement ; il est intéressant de les comparer l'un à l'autre.

Un déversoir complet large de 13 mètres, pour lequel $h = 0^m,08$, aurait ainsi, en supposant $\mu = 0,55$, un débit Q de 15 mètres cubes à la seconde.

* * *

Abaque de l'écoulement des eaux en canaux découverts.

Bien différentes au point de vue de leur structure, bon nombre de formules destinées au calcul des canaux se trouvent cependant caractérisées par la relation

$$v = c\sqrt{RJ}. \tag{17}$$

v désigne la vitesse moyenne, J la perte de charge par unité de longueur, R le rayon moyen, c est un coefficient dont l'expression varie suivant les auteurs. Les uns, comme de Chézy, qui le premier, en 1775, paraît avoir imaginé une formule telle que (17), supposent c constant. Dans la formule de Ganguillet et Kutter, très utilisée de nos jours, c est une expression compliquée, fonction de R, de J et d'un coefficient dépendant de la rugosité des parois du canal.

Dans sa formule publiée en 1897, dans les *Annales des Ponts et Chaussées,* M. Bazin, après avoir fixé les diverses valeurs que doit prendre γ suivant la nature des parois du canal, s'arrête à l'expression

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}. \tag{18}$$

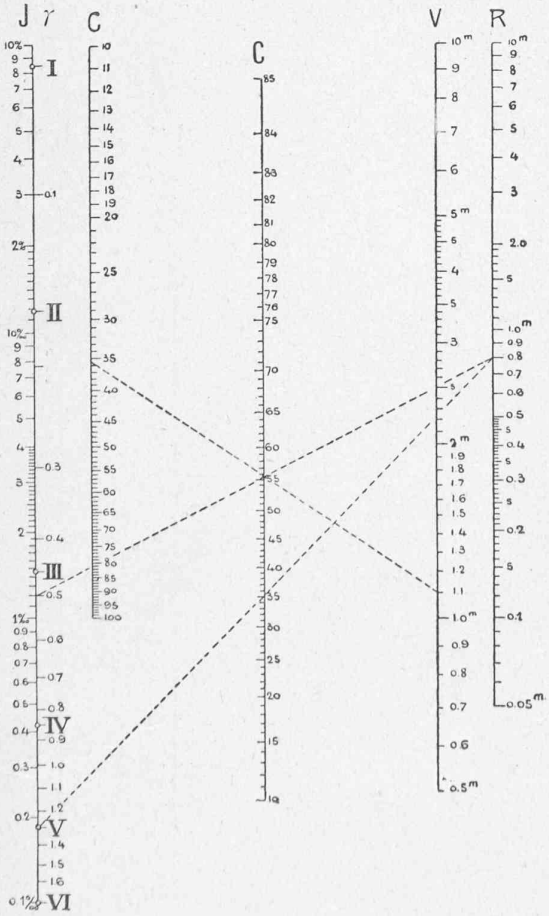

Fig. 9.

Le calcul de v connaissant c, R et J d'après (17) n'est point compliqué. Déterminer c est un peu moins aisé. Aussi M. Morel, se plaçant dans le cas de la formule de Bazin, a-t-il imaginé, après avoir construit un abaque relatif à (17), de lui superposer un abaque correspondant à (18).

L'abaque unique ainsi constitué se trouve reproduit dans la figure 9. Les unités choisies sont celles que l'on admet couramment. R est exprimé en mètres, v en mètres à la seconde. La valeur de J le long de son échelle se donne de la façon suivante. On écrit, par exemple, 1,2 ‰ lorsque dans la formule on aurait $J = 0,0012$; ou encore 2 % pour $J = 0,02$, etc.

Les deux abaques réunis dans la figure 9 sont aussi faciles à construire l'un que l'autre. L'abaque de (17) s'obtient en construisant des échelles logarithmiques (v), (c), (R) et (J), de modules respectivement égaux à $+2$, -2, $+1$ et $+1$, et que l'on place symétriquement par rapport à un axe médian.

Pour avoir un abaque de (18), on remarque tout d'abord qu'à toute valeur de $\frac{\gamma}{\sqrt{R}}$ correspond une valeur unique de c et réciproquement. Il suffit donc de construire un abaque relatif à la relation

$$c' = \frac{\gamma}{\sqrt{R}} \tag{19}$$

et de dénommer dans celui-ci les divisions de l'échelle des c', non par les valeurs de c', mais par les valeurs correspondantes de c.

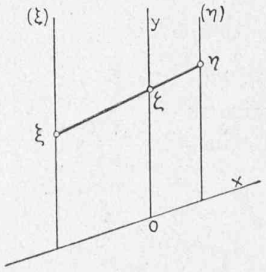

Fig. 10.

Parallèlement à Oy, figure 10, plaçons les supports de deux échelles logarithmiques relatives aux variables ξ et η et de modules respectivement égaux à l_1 et l_2. En outre soient

$$x = a, \quad x = b,$$

les équations des supports respectifs ; $l_1 \log h_1$, $l_2 \log h_2$ les ordonnées des points initiaux.

Supposons aussi le long de Oy une échelle logarithmique (ζ), de module l_3, dont le point initial se confonde avec O. Dès que les trois points ξ, η, ζ sont en ligne droite, la relation

$$l_3 \log \zeta = \frac{a\, l_2 \log h_2\, \eta - b\, l_1 \log h_1\, \xi}{a - b}$$

se trouve vérifiée et réciproquement. Posons, en conséquence,

$$\frac{a\, l_2}{l_3\,(a-b)} = \frac{s}{t}, \qquad \frac{b\, l_1}{l_3\,(a-b)} = -\frac{r}{t}, \qquad h_1^{\,r}\, h_2^{\,s} = A,$$

et passons des logarithmes aux nombres. On obtient

$$\zeta^t = A\, \xi^r\, \eta^s.$$

Ces quelques remarques permettraient de déduire un type général d'abaque, correspondant à cette dernière équation.

Nous voulons toutefois raisonner directement.

La formule (19) équivaut à la suivante :

$$\log c' = \log \gamma - \frac{1}{2} \log R. \tag{20}$$

Prenons en conséquence, figure 11, trois lignes parallèles équidistantes, avec directions positives (celles des flèches) orientées dans le même sens. Plaçons, sur chacune d'elles respectivement, des échelles logarithmiques (γ), (c') et (R), de modules respectivement égaux à -2, -1 et $+1$. Supposons le système γ_1, c'_1, R_1, solution de (20) ; plaçons les points correspondants des trois échelles sur une même ligne droite.

Considérons ensuite trois autres points γ, c' et R sur une autre ligne droite. Comme, d'après la figure 11, on a :

$$\overline{c'_1 c'} = \frac{1}{2} \overline{R_1 R} + \frac{1}{2} \overline{\gamma_1 \gamma}$$

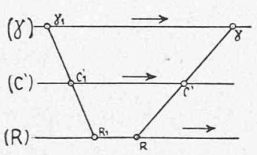

Fig. 11

et que, d'autre part, à cause des modules des différentes échelles :

$$\overline{\gamma_1 \gamma} = -2 (\log \gamma - \log \gamma_1)$$

$$\overline{R_1 R} = \log R - \log R_1$$

$$\overline{c'_1 c'} = -(\log c' - \log c'_1)$$

on voit que nécessairement les valeurs γ, c' et R sont solution de (20). La réciproque est vraie. Si γ, c' et R sont solution de (20), de (19) par conséquent, les trois points correspondants seront en ligne droite. Dans la figure 9, l'abaque de (18) est constitué par l'échelle (R), par l'échelle (γ) dont les divisions sont à droite de celles des J, et par une échelle (c) le long de la ligne médiane de l'abaque de (17). Les modules sont ceux que nous venons d'indiquer, ce qui a permis de confondre en une seule les échelles (R) dans les deux abaques superposés. Les valeurs de γ, le long de son échelle, sont indiquées de 10me en 10me, mais M. Morel, par des chiffres romains, a mis en évidence les six valeurs spécialement considérées par M. Bazin [1].

Les valeurs $\gamma = 1{,}3$ et $R = 0^m{,}8$ conduisent à $c' = 1{,}45$. Toutefois, conformément à la remarque de plus haut, ce n'est pas cette valeur de c' qu'indique le point d'intersection de l'axe médian avec la droite de construction dans la figure 11, mais la valeur correspondante de c,

$$c = \frac{87}{1 + 1{,}45} = 35{,}5.$$

Comme c croît lorsque c' décroît, il en résulte que les chiffres des divisions le long de l'axe médian vont en croissant de bas en haut. Les traits en pointillé, figure 9, donnent ainsi, par une première construction, $c = 35{,}5$. Une seconde construction se rapportant encore à $R = 0^m{,}8$ et à la valeur trouvée de c, conduit à $v = 1^m{,}1$ par seconde pour $J = 1{,}2\,^0/_{00}$.

L'abaque de M. Morel, si ingénieux soit-il, n'est pas le plus simple de ceux dont on dispose pour la formule de Bazin. La construction par laquelle on aboutit à v est peut-être un peu longue. C'est pour cela qu'en terminant nous signalons pour la même formule deux autres abaques à alignement, dépendant chacun d'une échelle curviligne et respectivement dûs à MM. d'Ocagne et Soreau [1].

* * *

Nous ne saurions abandonner cette étude sans dire quelques mots des abaques à échelles parallèles générales.

Si, à toute valeur de la variable α ne correspond qu'une seule valeur de la fonction $f(\alpha)$ on dit que $f(\alpha)$ est uniforme. A toute fonction uniforme $f(\alpha)$ on peut faire correspondre des échelles rectilignes (α) analogues aux échelles logarithmiques, lesquelles sont relatives au cas de $f(\alpha) = \log \alpha$. On fait choix pour ceci d'une direction positive, sur une droite destinée à servir de support à l'échelle. On porte sur celle-ci, à partir d'un point initial, des longueurs $l\,f(\alpha)$, en ayant soin de désigner par α lui-même l'extrémité de chaque segment ainsi obtenu. l est une quantité invariable pour chaque échelle, le *module* de l'échelle (α) de la fonction $f(\alpha)$.

Si $f(\alpha)$ n'est pas, dans l'intervalle de variation de α, constamment croissante ou décroissante lorsque α croît, il arrivera nécessairement qu'à certaines divisions de l'échelle (α) correspondront plusieurs valeurs de la variable α. Cela n'a aucune importance. Ce que l'on ne saurait admettre c'est qu'une même valeur α corresponde à plusieurs divisions distinctes de l'échelle. De là, la nécessité pour $f(\alpha)$ d'être uniforme dans l'intervalle de variation de α.

Considérons maintenant, en nous rapportant à la figure A, pour $i = 1, 2, 3, 4$, quatre échelles (α_i), de modules l_i et correspondant respectivement à quatre fonctions uniformes distinctes $f_i(\alpha_i) = f_i$.

Plaçons, figure A, ces échelles dans un même plan, parallèlement à une droite donnée Δ que nous choisissons comme axe Oy, alors que, pour Ox, nous prenons une autre droite absolument quelconque.

Les supports des échelles auront tous même direction positive (celle des flèches). Cette direction sera la même pour Oy. Soit a_i la distance à Oy, prise avec son signe, du support de l'échelle (α_i) ; soit k_i l'ordonnée du point initial de cette même échelle.

Nous supposons expressément

$$a_1 \neq a_2 \qquad a_3 \neq a_4. \tag{21}$$

Considérons enfin sur chacune de ces échelles un point α_i, tel que le point d'intersection de $\alpha_1\alpha_2$ et $\alpha_3\alpha_4$ se trouve sur Δ [2].

Dans ce cas, en vertu de la formule (3) et à cause de ce que nous savons des échelles (α_i), nous aurons, entre les

[1] Le tableau ci-dessous donne les six cas que considère M. Bazin :

I.	$\gamma = 0{,}06$.	Parois très unies (ciment, bois raboté, etc.).
II.	$\gamma = 0{,}16$.	» unies (planches, briques, pierres de taille, etc.)
III.	$\gamma = 0{,}46$.	» en maçonnerie de mœllons.
IV.	$\gamma = 0{,}85$.	» de nature mixte (terres très irrégulières, perrés, etc.).
V.	$\gamma = 1{,}30$.	» en terre dans des conditions ordinaires.
VI.	$\gamma = 1{,}75$.	» en terre d'une résistance exceptionnelle (galets, herbes, etc.).

[1] D'OCAGNE, *loc. cit.*, p. 231, SOREAU, *loc. cit.*, p. 369.

[2] Dans la figure A les points α_i sont respectivement désignés par α, β, γ, δ ; les distances a_i par a, b, c, d, etc.

valeurs $f_i(a_i) = f_i$ correspondant à ces quatre points, la relation

$$\frac{a_1 l_2 f_2 - a_2 l_1 f_1 + a_1 k_2 - a_2 k_1}{a_1 - a_2} = \frac{a_3 l_4 f_4 - a_4 l_3 f_3 + a_3 k_4 - a_4 k_3}{a_3 - a_4}$$

que nous écrivons :

$$(22) \quad \frac{a_2\, l_1}{a_1 - a_2} f_1(a_1) - \frac{a_1\, l_2}{a_1 - a_2} f_2(a_2) - \frac{a_4\, l_3}{a_3 - a_4} f_3(a_3) + \frac{a_3\, l_4}{a_3 - a_4} f_4(a_4) = \frac{a_1\, k_2 - a_2\, k_1}{a_1 - a_2} - \frac{a_3\, k_4 - a_4\, k_3}{a_3 - a_4}.$$

En parallèle avec cette relation (22) nous mettons la suivante :

$$(23) \quad A_1 f_1(a_1) + A_2 f_2(a_2) + A_3 f_3(a_3) + A_4 f_4(a_4) = B$$

dans laquelle les A_i et B représentent des constantes, toutes différentes de zéro, à l'exception peut-être de B.

Pour que (22) et (23) expriment une seule et même relation entre les a_i, il faut et il suffit que leurs coefficients soient proportionnels, c'est-à-dire que l'on ait :

$$(24) \quad \frac{a_2\, l_1}{A_1(a_1 - a_2)} = \frac{-a_1\, l_2}{A_2(a_1 - a_2)} = \frac{-a_4\, l_3}{A_3(a_3 - a_4)} = \frac{a_3\, l_4}{A_4(a_3 - a_4)} = \frac{1}{B}\left(\frac{a_1\, k_2 - a_2\, k_1}{a_1 - a_2} - \frac{a_3\, k_4 - a_4\, k_3}{a_3 - a_4}\right).$$

Si donc, étant donnée l'équation (23), on peut déterminer des quantités a_i, l_i, k_i de façon que les équations (24) soient satisfaites, on aura toujours, dans la figure A, un abaque de l'équation (23). Les a_i, sans se réduire à zéro, devront vérifier les inégalités (21).

Une discussion en tout point analogue à celle du début montre qu'il est toujours possible de résoudre les équations (24) pour qu'il en soit ainsi. Elle établit, en particulier, la nécessité pour les modules des échelles (a_i) de vérifier la relation

$$\frac{A_1}{l_1} + \frac{A_2}{l_2} + \frac{A_3}{l_3} + \frac{A_4}{l_4} = 0.$$

La connaissance d'un système de valeurs a_i, solution particulière de (23), permet de fixer les échelles le long de leurs supports. Il suffit que dans l'abaque les droites correspondantes $a_1 a_2$ et $a_3 a_4$ se coupent sur Δ.

Bornons-nous enfin à remarquer que l'on obtient encore une relation de la forme (23), en prenant les logarithmes des deux membres de toute équation telle que

$$(25) \quad \varphi_1(a_1)\, \varphi_2(a_2)\, \varphi_3(a_3)\, \varphi_4(a_4) = C$$

où C représente une constante positive, φ_1, φ_2, φ_3, φ_4, des fonctions uniformes toujours positives. On peut donc faire correspondre à toute équation semblable à (25) un abaque de la nature de ceux dont nous nous sommes occupés d'un bout à l'autre de ce travail.

Zurich, Août 1906.

L'énergie nécessaire pour l'exploitation électrique des Chemins de fer suisses.

Communication de la Commission suisse d'études pour la traction électrique des chemins de fer [1].

Par M. le Secrétaire général Prof.-Dr WYSSLING.

(Suite et fin [2]).

Récupération de l'énergie dans les descentes.

Les calculs précédents montrent que sur les 1 200 000 chevaux-heures qui sont nécessaires pour le trafic d'un jour d'été, un sixième au plus, soit 200 000 chevaux-heures environ, serait récupérable et cela dans le cas d'un système de traction parfait sous ce rapport. Cela représenterait une économie sensible. Mais il y a lieu de remarquer que cette récupération n'aurait pas partout la même importance. Sur la ligne du Brünig, sur les Chemins de fer rhétiens, sur le Gothard, l'énergie ainsi disponible, théoriquement, se monte à *un tiers* du travail total, tandis que sur l'ensemble des Chemins de fer fédéraux, la proportion est de *un huitième*, et tombe à *un treizième* dans le IIIe arrondissement. Si l'on tient compte, en outre, du fait que la récupération amène toujours des complications et qu'elle ne peut jamais donner des résultats complets, on reconnaît que le souci de la récupération ne doit influencer que secondairement, ou seulement pour certaines lignes, la question du système de traction à appliquer ; le bénéfice à réaliser de ce fait sera en tous cas relativement minime.

La **diminution de dépense en hiver** est importante. Comme on l'a vu plus haut, l'énergie nécessaire aux chemins de fer a été calculée non seulement pour un jour d'été, mais aussi pour une journée d'hiver. Le résultat est beaucoup plus faible dans ce dernier cas ; il y a lieu par contre d'ajouter la dépense d'éclairage et de chauffage.

Le tableau suivant (page 247) renferme quelque données sur le sujet.

Comme on le voit, le travail de traction proprement dit ne s'élève en hiver qu'aux trois quarts environ du total de l'été ; ce rapport tombe pour quelques lignes à 50 % (sur le Brünig à 25 %) ; par contre, il s'élève plusieurs fois à 90 %.

Si on ajoute à cela le chauffage et l'éclairage, qui ascendent en moyenne à 13 % de la dépense de traction, on constate que la dépense d'hiver est en moyenne les 77 % de celle de l'été. Remarquons que cette valeur n'est pas un minimum, car on a choisi un *jour ouvrable* (le minimum se produit le dimanche, le service des marchandises étant supprimé ce jour-là).

Nous supposerons désormais que les forces hydrauliques disponibles sont munies de réserves d'eau suffisantes pour parer aux différences d'énergie qui se présentent en hiver et en été. La constitution de ces réserves s'imposera

[1] Traduit du texte allemand par les soins de la Rédaction du *Bulletin technique*.

[2] Voir nº du 25 octobre 1906, page 229.