

# Quelques problèmes spéciaux tirés du domaine des turbo-machines hydrauliques

Autor(en): **Neeser, R. / Siegmund, R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **32 (1906)**

Heft 14

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-25580>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

vancement a dès l'origine, et par suite de la dureté et de la configuration de la roche, été plus lent, sans cependant subir d'arrêt important jusqu'au 30 septembre 1901. La venue des grandes sources froides au km. 4,400 interrompit la perforation mécanique à cette date; elle fut reprise le 15 novembre suivant, mais le 22 du même mois il se produisit un nouvel arrêt au km. 4,422, par suite de la rencontre d'une roche très mauvaise, qui nécessita la pose de 74 cadres complets en fer à H de 40 cm. entre les km. 4,418 et 4,460, soit sur une longueur de 42 mètres. Enfin, le 20 mai 1902, les perforatrices purent recommencer à fonctionner.

C'est depuis cet arrêt considérable que l'Entreprise se trouva en retard sur le programme définitif des travaux.

A partir du 20 mai 1902 l'avancement Sud reprit une marche régulière, sans grandes interruptions jusqu'au 6 septembre 1904, date à laquelle surgit au km. 9,110 une source chaude (45°,4) de 76 litres par seconde, qui causa un nouvel arrêt des travaux. Les perforatrices recommencèrent à marcher le 22 décembre; enfin, le 24 février 1905, eut lieu la rencontre des deux galeries de base.

Celles-ci avaient été attaquées le 1<sup>er</sup> août 1898 du côté de Brigue et le 16 du même mois du côté d'Iselle; il a donc fallu 2392 jours de travail, ce qui correspond à un progrès journalier de m. 8,25. Il en résulte pour la perforation mécanique sur les deux versants un avancement moyen de m. 10,63 par jour de travail.

PIERRE DE BLONAY, ingénieur.

(A suivre).

## Quelques problèmes spéciaux tirés du domaine des turbo-machines hydrauliques.

Par M. R. NEESER, ingénieur, professeur à l'Université de Lausanne, avec la précieuse collaboration de M. R. SIEGMUND, ingénieur à Milwaukee, Amérique.

(Suite)<sup>1</sup>.

### C. Détermination de $\psi_{2i}$ .

Constatons tout d'abord que les trois groupes d'éléments qui suivent suffisent pour déterminer sans ambiguïté la forme de l'aube dans le voisinage immédiat de l'arête  $ABC$ ;

1° l'arête de sortie  $ABC$ , donnée par exemple par les courbes  $abc$  et  $A'B'C'$  définies ci-dessus;

2° les filets liquides 1—1, 2—2, ..... 9—9;

3° les diagrammes de sortie, c'est-à-dire les angles  $\beta_{2i}$  donnés par la figure 6.

Il suffit pour cela de faire voir que tous les plans tangents à l'aube le long de l'arête  $ABC$  sont déterminés. Or nous connaissons en un point quelconque de  $ABC$ ,  $J$  par exemple (fig. 3 et 4), deux droites de ce plan tangent; ce

sont les tangentes à deux courbes de la surface de l'aube, savoir:

la tangente  $T$  à l'arête  $ABC$ , donnée par ses deux projections  $t$  et  $t'$  (fig. 4);

la tangente  $R$  à la trajectoire relative; celle-ci est en effet située sur la surface liquide déterminée par le filet du point  $J$ , en sorte que la tangente  $R$  se trouvera dans le plan tangent à cette surface liquide en  $J$ ; ce plan tangent contient aussi la direction de la vitesse périphérique  $u_{2i}$ , et comme la droite  $R$  doit faire avec  $-u_{2i}$  un angle connu  $\beta_{2i}$ , elle est déterminée sans ambiguïté.

Il va de soi que ce raisonnement peut se répéter pour tous les points de l'arête  $ABC$ . Les éléments 1, 2 et 3 suffisent donc bien pour déterminer tous les plans tangents à l'aube le long de  $ABC$  et par suite l'aube elle-même dans le voisinage immédiat de cette arête.

Examinons maintenant dans quelle hypothèse, et de quelle façon on peut engendrer une région finie de l'aube, voisine de  $ABC$ .

Pour que la veine liquide comprise entre deux aubes consécutives sorte de la turbine sous forme de jet à faces parallèles, faisant en tous les points du cercle de diamètre  $D_{2i}$  avec la direction de  $-u_{2i}$  l'angle  $\beta_{2i}$  fixé par les diagrammes (fig. 6), on donne, comme chacun le sait, à la trajectoire relative, dans le voisinage du point de sortie du moins, et sur une longueur suffisante, la forme d'une développante de cercle<sup>1</sup> enroulée pour ainsi dire sur la surface liquide correspondante. Comme ces surfaces liquides sont en général gauches, on leur substitue dans la partie voisine de l'arête  $ABC$  leur cône de raccordement, c'est-à-dire une surface développable, sur laquelle il est possible de tracer la développante faisant avec le cercle de diamètre  $D_{2i}$  l'angle donné  $\beta_{2i}$ . En relevant le cône, on obtient la dernière partie de la trajectoire relative, c'est-à-dire une courbe appartenant à l'aube cherchée<sup>2</sup>. Si l'on répète cette construction pour un nombre suffisant de points de l'arête  $ABC$ , on détermine ainsi dans l'espace une série de courbes partant de  $ABC$ , et par lesquelles on peut faire passer une surface continue, qui sera la dernière partie de l'aube, c'est-à-dire la région finie cherchée.

Par conséquent, si aux éléments 1, 2 et 3 cités plus haut on ajoute la condition du parallélisme de la veine liquide à sa sortie de la turbine, condition réalisée comme nous venons de le dire par l'emploi d'une développante de cercle pour la dernière partie de la trajectoire relative, l'aube est déterminée non seulement dans le voisinage immédiat de  $ABC$  mais dans une région finie voisine de l'arête de sortie. On sera donc à même de déterminer l'intersection de cette région-là et d'une surface quelconque, et en particulier les tangentes à cette intersection. Choisissons par exemple

<sup>1</sup> Quelques auteurs ont proposé la spirale logarithmique qui, entre autres avantages, présente celui de couper tous les cercles concentriques sous le même angle. — Voir en outre les travaux de Prasil déjà cités.

<sup>2</sup> M. Kaplan a donné (voir *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*, 1905) le principe d'une méthode plus exacte, qui consiste à remplacer toute la surface liquide par une série finie de cônes de raccordement successifs.

<sup>1</sup> Voir N° du 10 juillet 1906, page 145.

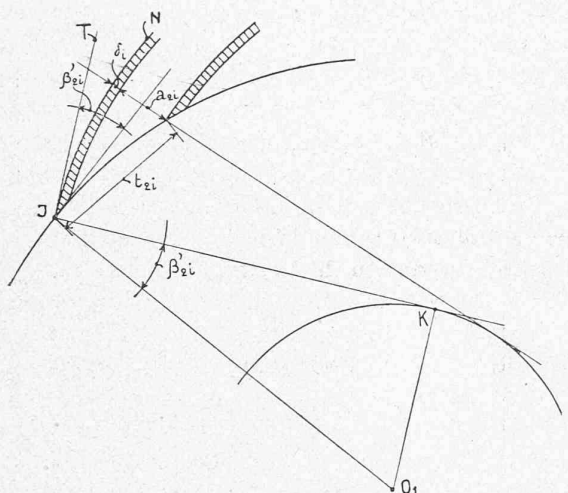


Fig. 8. — Développement du cône normal à l'aube au point  $J$ .

comme surface sécante un cône de révolution autour de  $O_1 O_2$ , dont la génératrice de front soit  $S_1 S$  (fig. 1). L'intersection sera une courbe dont le caractère géométrique ne saurait être fixé d'une manière générale. Nous supposons toutefois que pour des cônes sécants voisins du cône de raccordement  $R_1 R$  (fig. 1), cette intersection soit aussi, comme c'est le cas pour ce dernier, une développante de cercle. Si, en particulier, le cône sécant devient un cylindre de révolution autour de  $O_1 O_2$ ,  $Z_1 Z_\infty$  par exemple, l'intersection cherchée serait une ligne droite (développante d'un cercle de rayon infini), particularité qui nous sera, par la suite, d'une utilité bien précieuse.

La grande simplification que cette hypothèse apporte au problème découle du fait que pour construire le développement de l'une de ces intersections coniques ou cylindriques ( $J$ ) ( $S_1$ ) du cône  $S O_2$  (fig. 1), par exemple, il suffira de connaître l'angle  $\beta_s$ , sous lequel elle coupe le cercle ( $J$ )  $J$ ; l'intersection cherchée ( $J$ ) ( $S_1$ ) est la développante du cercle de rayon :

$$SK = SJ \cdot \sin \beta_s.$$

Cette hypothèse se justifie du reste tout à fait; elle offre une approximation bien suffisante en pratique, comme on peut facilement s'en rendre compte sur un exemple concret. Les erreurs qui pourraient en résulter sont en tous cas bien inférieures à celles qu'entraînera nécessairement l'exécution de la roue de turbine.

Appelons maintenant  $a_{2i}$  l'ouverture normale de la turbine  $n^\circ i$ , c'est-à-dire la distance normale entre deux aubes consécutives au point de sortie  $J$ , et soit  $\delta_i$  l'épaisseur de l'aube en ce même point; la valeur du coefficient d'ouverture défini par l'équation 7 sera :

$$\psi_{2i} = \frac{a_{2i}}{a_{2i} + \delta_i} \tag{9}$$

Menons par le point  $J$  un cône de révolution autour de  $O_1 O_2$  et normal à la surface de l'aube en  $J$ , c'est-à-dire un cône dont le plan tangent en ce point soit déterminé par les directions de la vitesse périphérique  $u_{2i}$  et de la normale  $a_{2i}$  à l'aube. Si nous développons ce cône, nous obtenons (fig. 8) comme

développement de la ligne d'intersection de ce cône et de l'aube une courbe  $JN$  se rapprochant, selon notre hypothèse avec une exactitude suffisante, d'une développante de cercle; soit  $t_{2i}$  le pas des aubes au point  $J$ , la formule 9 peut s'écrire :

$$\psi_{2i} = 1 - \frac{\delta_i}{t_{2i} \sin \beta'_{2i}},$$

car évidemment,

$$a_{2i} + \delta_i = t_{2i} \sin \beta'_{2i}, \tag{10}$$

si bien que le calcul de  $\psi_{2i}$  se ramène à la détermination de  $\beta'_{2i}$ .

Or la tangente  $JT$  à l'intersection  $JN$  en  $J$  fait avec  $-u_{2i}$  l'angle cherché  $\beta'_{2i}$ , mais  $JT$  n'est pas autre chose que l'intersection des plans tangents à l'aube et au cône normal en  $J$ ; ces plans sont perpendiculaires l'un à l'autre et, comme  $u_{2i}$  est situé sur l'un d'eux (sur le plan tangent au cône), l'angle  $\beta'_{2i}$  sera l'angle compris entre  $-u_{2i}$  et le plan tangent à l'aube en  $J$ .

Le problème se réduit donc à la détermination de l'angle d'une droite et d'un plan; nous pourrions en supposer connue la solution graphique; seulement, comme la question se présente dans ce cas particulier sous une forme un peu spéciale, nous proposerons au lecteur la méthode suivante, qui a le double avantage d'être d'un emploi commode et rapide, et de pouvoir être utilisée non seulement pour la détermination de  $\psi_{2i}$  mais aussi pour le tracé de l'aube.

Soit  $abc$  (fig. 3 et 4) la courbe située dans le plan axial  $E_i E_i$ , qui, par sa rotation autour de  $O_1 O_2$  engendre la surface de sortie; soit  $A' B' C'$  ( $a' b' c'$  fig. 4) la projection de l'arête de sortie d'une aube sur un plan  $PP$  perpendiculaire à  $O_1 O_2$ ; l'arête elle-même  $ABC$  sera, comme nous l'avons vu, l'intersection de la surface de sortie et du cylindre droit  $A' B' C' A'' B'' C''$  construit sur  $A' B' C'$  comme directrice. Soit en outre  $J$  un point quelconque de  $ABC$  par lequel nous faisons passer le plan axial  $E_i E_i$ .

Menons les tangentes  $t$  et  $t'$  à  $abc$  et  $A' B' C'$  en  $J$  et  $J'$ ; elles déterminent dans l'espace la tangente  $T$  à l'arête  $ABC$  en  $J$ . Traçons d'autre part la tangente  $r$  à la méridienne  $5J5$  de la surface liquide du point  $J$ ;  $r$  sera la projection sur  $E_i E_i$  de la tangente  $R$  à la trajectoire relative; or  $u_{2i}$  est perpendiculaire au plan axial  $E_i E_i$  et par suite aussi à  $r$ , situé dans ce plan; mais comme l'angle compris entre  $R$  et  $-u_{2i}$  doit avoir la valeur connue  $\beta_{2i}$  donnée par le diagramme correspondant, l'angle compris entre  $R$  et  $r$  en sera le complément, c'est-à-dire aura la valeur  $\frac{\pi}{2} - \beta_{2i}$ ; la direction de  $R$  est par suite complètement déterminée. Il en sera de même du plan tangent à l'aube en  $J$ , puisqu'il doit contenir les deux droites  $R$  et  $T$ .

Déterminons maintenant la trace du plan  $RT$  sur le plan axial  $E_i E_i$ .

Nous avons en  $J$  un premier point de cette trace; il est facile d'en trouver un second.

Menons dans ce but, par un point quelconque  $H_1$  de  $r$ , un plan auxiliaire perpendiculaire à  $E_i E_i$  et dont la trace  $H_1 K_1$  sur  $E_i E_i$  fasse avec  $t$  un angle quelconque (un angle droit par exemple); ce plan auxiliaire coupera le plan  $RT$

suivant  $HK$ ; l'intersection  $L$  de  $HK$  et de  $H_1 K_1$  fixera la trace cherchée  $JL$  des plans  $RT$  et  $E_i E_i$ . Il est facile de déterminer les points  $H$  et  $K$  ou plus spécialement leurs rabattements  $H'_2$  et  $K'_2$  autour de  $H_1 K_1$  sur le plan  $E_i E_i$ . En effet, le triangle  $JH_1 H$  est rectangle en  $H_1$  et possède en  $H$  l'angle  $\beta_{2i}$  connu; on peut donc le construire sur  $E_i E_i$  dans son rabattement  $JH_1 H_2$ ; de même le triangle  $JK_1 K$  est rectangle en  $K_1$ , et l'angle en  $J$ ,  $JK_1 K$ , c'est-à-dire l'angle  $\gamma$  de la tangente  $T$  à l'arête  $ABC$  et du plan axial  $E_i E_i$ , se détermine au moyen des projections  $t$  et  $t'$  de  $T$  (voir fig. 4, les opérations I, II, III, IV, et 8); il est donc aussi possible de construire ce triangle dans son rabattement  $JK_1 K_2$  sur  $E_i E_i$ . Les segments

$$H_1 H = H_1 H_2 = H_1 H'_2$$

$$\text{et } K_1 K = K_1 K_2 = K_1 K'_2$$

ainsi déterminés permettent de tracer la droite  $H'_2 K'_2$  qui fournit en  $L$  le point cherché.

Connaissant la trace  $JL$  des plans  $RT$  et  $E_i E_i$ , il suffira de mener un plan quelconque  $HH_1 M$  par exemple, perpendiculaire à  $JL$ , c'est-à-dire à chacun des plans  $RT$  et  $E_i E_i$ , pour obtenir en  $H_1 HM$ , ou dans le rabattement en  $H_1 H'_2 M$ , l'angle de la vitesse périphérique  $u_{2i}$  prise négativement ( $HH_1$ ) et du plan  $RT$  tangent à l'aube en  $J$ .

Cet angle c'est l'angle  $\beta'_{2i}$  cherché.

La figure 4, dans laquelle les éléments du problème sont donnés par leurs projections orthogonales, reproduit le schéma de cette solution. Nous avons utilisé les mêmes lettres et indices que dans la figure perspective 3<sup>1</sup>; les chiffres encadrés d'un cercle désignent l'ordre dans lequel les opérations se suivent.

En répétant cette opération pour chaque point de sortie, on obtiendra les différentes valeurs qu'affecte le coefficient  $\psi_2$  le long de l'arête  $ABC$ ; nous pourrions donc nous servir de l'équation 6 et calculer

$$\Sigma(q_{2i}),$$

c'est-à-dire vérifier si le débit de la turbine atteint la valeur  $Q$  qui lui est assignée.

Ces résultats nous fournissent en même temps un contrôle facile et exact du degré d'exactitude avec lequel la roue mobile aura été exécutée.

L'équation 10 nous fournit en effet la relation :

$$a_{2i} = t_{2i} \sin \beta'_{2i} - \delta_i,$$

grandeur que nous pouvons facilement calculer et qu'il est

<sup>1</sup> La projection de l'arête sur le plan  $PP$  a toutefois été désigné par erreur par  $a' b' c'$  dans la fig. 4 et par  $A' B' C'$  dans la fig. 3.

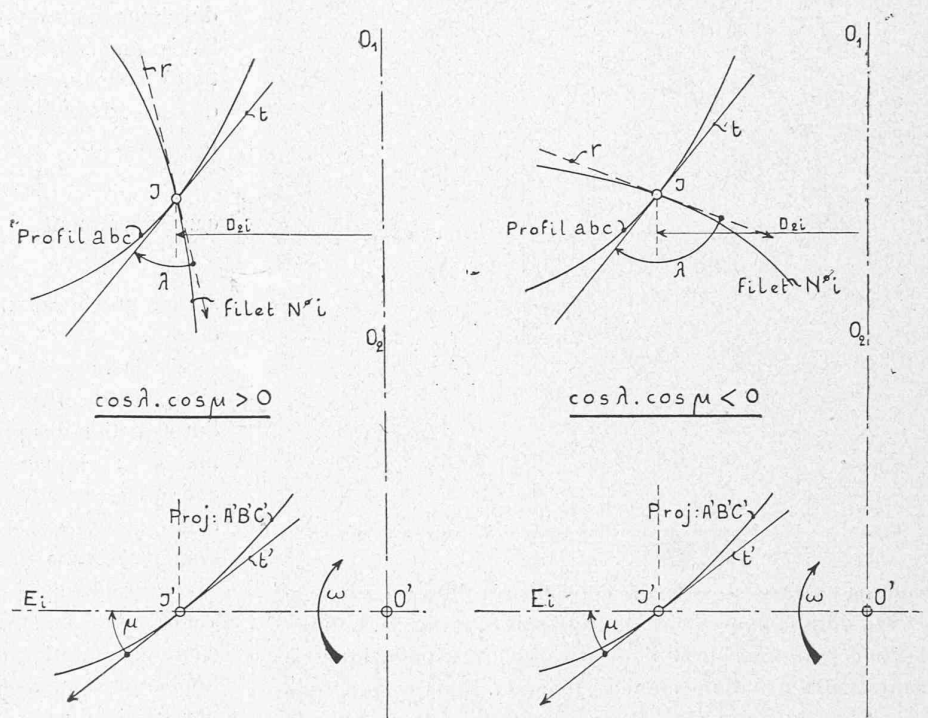


Fig. 9. — Schéma des positions relatives de  $R$  et  $T$ .

aisé de mesurer sur la roue exécutée puisque  $a_{2i}$  n'est pas autre chose que l'ouverture normale des aubes au point considéré  $J$ .

Nous recommandons aux intéressés de réunir les données et résultats du problème en un tableau, qui pourra servir de caractéristique pour la turbine en question, et dont le schéma pourrait s'établir sur le modèle suivant :

N° du point	$D_{2i}$	$u_{2i}$	$t_{2i}$	$\Delta b_{2i}$	$\beta_{2i}$	$\gamma$	$\beta'_{2i}$	$t_{2i} \sin \beta_{2i}$	$a_{2i} = t_{2i} \sin \beta'_{2i} - \delta_i$	$\psi_{2i} = \frac{a_{2i}}{a_{2i} + \delta_i}$	$\Delta f_{2i} = \pi D_{2i} \Delta b_{2i} \psi_{2i}$	$v'_{2i}$	$q_{2i} = \Delta f_{2i} \cdot c'_{2i}$

Il n'est peut-être pas inutile, avant de passer plus loin, de rendre le lecteur attentif au fait que les segments  $H_1 H$ , ( $H_1 H_2$ ) et  $K_1 K$ , ( $K_1 K_2$ ) ne sont pas nécessairement situés du même côté de la droite  $H_1 K_1 L$  (fig. 3 et 4); suivant la position qu'occupent les tangentes  $R$  et  $T$  par rapport au plan axial  $E_i E_i$ , ces segments peuvent être situés du même côté ou de part et d'autre du plan axial  $E_i E_i$ . Il est du reste très facile de déduire des quatre cas qui peuvent se présenter (fig. 9) la règle générale suivante.

Appelons  $\lambda$  l'angle compris entre les projections  $r$  et  $t$  de  $R$  et  $T$  sur le plan  $E_i E_i$ , et comptons-le à partir de  $r$  vers  $t$  dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre;  $\mu$  l'angle compris entre la projection  $t'$  de  $T$  sur un plan

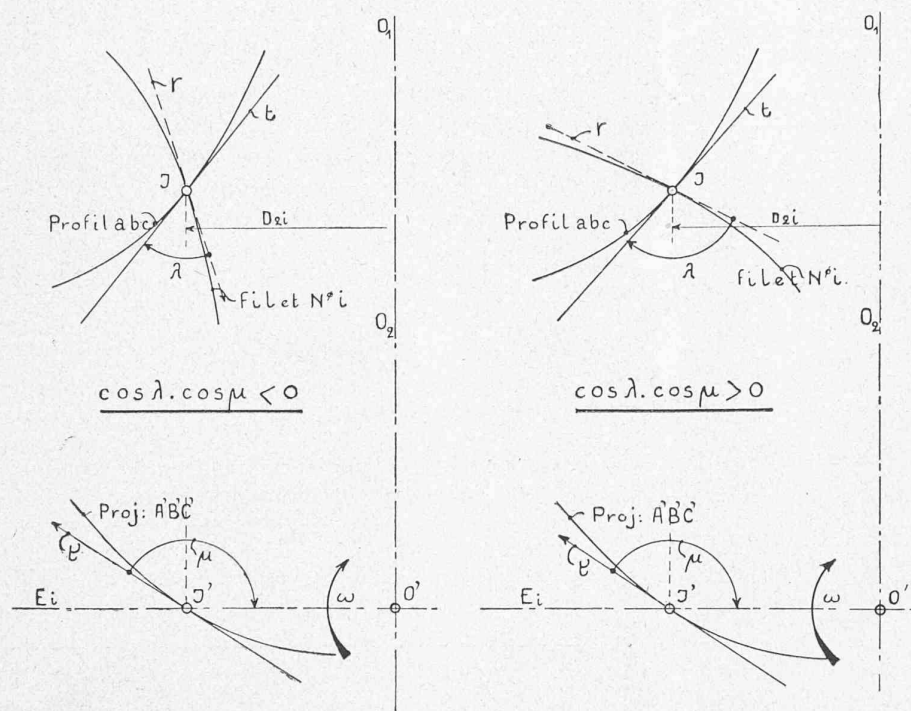


Fig. 9. — Schéma des positions relatives de R et T.

perpendiculaire à l'axe  $O_1 O_2$  et le plan axial  $E_i E_i$ , et comptons-le à partir de  $t'$  vers le plan  $E_i E_i$  dans le sens de la rotation  $\omega$  de la turbine; les segments  $H_1 H'_2$  et  $K_1 K'_2$  seront du même côté de  $H_1 K_1 L$  si le produit

$$\cos \lambda \cos \mu \text{ est } > 0,$$

et de part et d'autre de  $HKL$  si le produit

$$\cos \lambda \cos \mu \text{ est } < 0.$$

Il se peut que la somme

$$\pi \sum (D_{2i} \Delta b_{2i} \psi_{2i} c'_{2i})$$

des débits de chaque turbine partielle, résultant du choix des diagrammes (fig. 5 et 6) et de la forme de l'arête  $ABC$ , (fig. 3 et 4) ne soit pas égale au débit  $Q$  que doit absorber la turbine, c'est-à-dire qu'on arrive à l'inégalité.

$$\pi \sum (D_{2i} \Delta b_{2i} \psi_{2i} c'_{2i}) \leq Q.$$

Le cas qui se présente le plus fréquemment c'est que

$$\sum (q_{2i}) < Q;$$

la turbine absorbe trop peu d'eau.

Pour arriver au débit fixé il s'agit d'augmenter dans la mesure du possible les éléments des produits sous le signe  $\Sigma$  de l'équation 6. Nous admettrons que pour des raisons de construction on ne puisse pas augmenter le diamètre extérieur de sortie, c'est-à-dire les facteurs  $D_{2i}$  et  $\Delta b_{2i}$ . On pourrait évidemment se servir du facteur  $c'_{2i}$ ; ce moyen-là serait même très efficace, parce qu'une augmentation des vitesses absolues  $c_{2i}$  agit non seulement sur  $c'_{2i}$ , composante de  $c_{2i}$  perpendiculaire à  $u_{2i}$ , mais aussi sur  $\beta_{2i}$  et par suite sur  $\psi_{2i}$  et  $\psi_{2i}$ , grandeurs qui varient toutes dans le même sens que  $c_{2i}$ . Seulement la perte à la sortie ou perte par vitesse restante,

$$p \text{ ‰} = 100 \frac{\sum (q_{2i} c_{2i}^2)}{Q \cdot 2gH}$$

augmente en même temps que  $c_{2i}$ , et le rendement mécanique de la roue mobile diminuera. Il est vrai que l'on peut, dans certains cas, récupérer une partie de cette énergie par l'emploi d'un diffuseur judicieusement construit. Cet appareil est censé, comme chacun le sait, ramener la vitesse de sortie de la roue mobile,  $c_2$ , à la valeur plus petite  $c_3$ , de façon à ce que la différence

$$\Delta h = \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c_3^2}{2g}$$

des hauteurs représentatives de ces vitesses vienne augmenter d'autant la charge effective de la turbine; la perte par vitesse restante du système turbine-diffuseur serait ainsi réduite à :

$$p' \text{ ‰} = 100 \frac{c_3^2}{2gH}$$

où  $p' < p$ .

Mais il est toujours prudent de ne pas trop forcer l'action du diffuseur; ces appareils possèdent un rendement qui varie suivant leur forme et qui diminue si la différence  $c_3 - c_2$  augmente. Ce rendement est donc toujours mauvais là où l'action du diffuseur devrait être le plus efficace. Malheureusement la littérature technique est peu documentée sur ce sujet-là. Peut-être les expériences récentes, mais encore incomplètes de M. Bänninger<sup>1</sup> réussiront-elles à combler cette lacune. Supposons donc que la limite supérieure des vitesses  $c_{2i}$  soit atteinte, il nous restera encore pour augmenter le débit  $Q$  de la turbine une dernière ressource: le choix des termes  $\psi_{2i}$ .

Nous ferons voir dans un prochain chapitre qu'on peut, en choisissant convenablement l'arête de sortie  $ABC$ , augmenter dans certaines limites la valeur des coefficients  $\psi_{2i}$ , et avec eux le débit  $Q$ , tout en conservant la même perte à la sortie  $p$ , et sans rien changer à la forme des profils extérieur et intérieur de la roue (1-1, 9-9, fig. 1).

### Cas particulier.

Un cas particulier important à cause de la grande simplification qu'il apporte au problème, c'est celui où

$$\gamma = 0,$$

c'est-à-dire où l'arête de sortie  $ABC$  est comprise toute entière dans le plan axial  $E_i E_i$ ; elle se confond alors avec la courbe  $abc$  (fig. 10). Il est intéressant de voir ce que devient, dans ce cas, la détermination graphique de  $\psi_{2i}$ .

Il est facile de constater (fig. 4) que, si

$$\gamma = 0,$$

<sup>1</sup> Voir *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*, 10 janv. 1906.

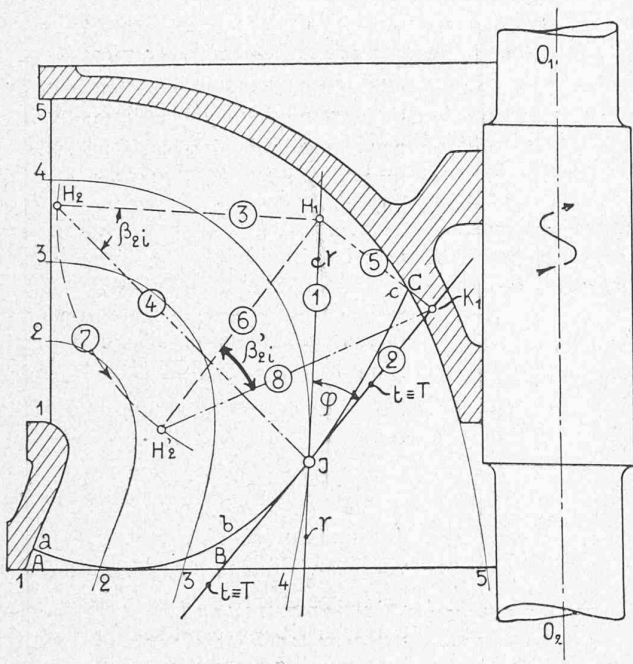


Fig. 10. — Détermination de  $\psi_{2i}$  pour le cas particulier où  $\gamma = 0$ .

les segments

$$K_1 K_2 = K_1 K'_2,$$

se réduisent eux aussi à zéro ; le point  $L$  tombe en  $K_1$ , si bien que la trace  $JL$  du plan  $RT$  sur le plan  $E_i E_i$  se confondra avec la tangente

$$JK_1 \equiv t \equiv T$$

à l'arête de sortie au point considéré. Ce résultat est du reste évident par lui-même puisque le plan  $RT$  doit contenir la tangente  $t \equiv T$  située désormais sur le plan axial  $E_i E_i$ .

La solution graphique (fig 4) se réduit donc au schéma suivant (fig. 10), qui nous fournit en  $K_1 H'_2 H_1$  la valeur de l'angle  $\beta'_{2i}$  et par suite, en tenant compte des équations 9 et 10, l'ouverture normale :

$$a_{2i} = t_{2i} \sin \beta'_{2i} - \delta_i$$

et le coefficient d'ouverture :

$$\psi_{2i} = 1 - \frac{\delta_i}{t_{2i} \sin \beta'_{2i}}$$

Il existe, dans le cas particulier qui nous occupe, une relation très simple entre les angles  $\beta'_{2i}$ ,  $\beta_{2i}$ , et l'angle  $\varphi$  (fig. 10) de  $r$  et  $t$ . Les triangles rectangles  $JH_1 H_2$  et  $K_1 H_1 H'_2$  nous fournissent en effet les équations :

$$\operatorname{tg} \beta_{2i} = \frac{H_1 J}{H_1 H_2}$$

$$\operatorname{tg} \beta'_{2i} = \frac{H_1 K_1}{H_1 H'_2}$$

d'où, comme

$$\frac{H_1 H_2}{H_1 H'_2} = \frac{H_1 K_1}{H_1 J} = \sin \varphi. \tag{13}$$

On en tirerait, en se servant de l'équation 10 :

$$a_{2i} = t_{2i} \frac{\sin \varphi \operatorname{tg} \beta_{2i}}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \beta_{2i}}} - \delta_i. \tag{14}$$

La solution graphique (fig. 10) est ici aussi préférable à la solution analytique donnée par les équations 13 et 14 ; elle est plus exacte et plus expéditive. Nous avons toutefois jugé bon de noter en passant les équations 13 et 14, parce que nous nous en servirons par la suite.

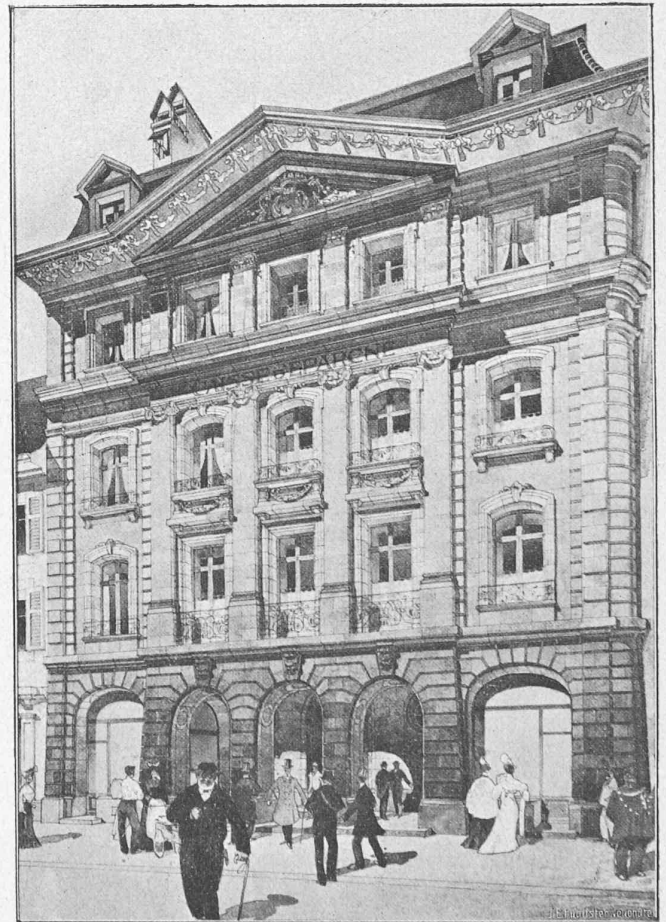
(A suivre).

## Divers.

### Concours pour un Hôtel de la Caisse d'Épargne de Neuchâtel, à Chaux-de-Fonds<sup>1</sup>.

Le prix : Projet « Tire-Lire ».

Architecte : M. M. Braillurd, à Genève.



Façade sur la rue Léopold Robert.

Nous reproduisons ci-contre (pages 166-167) les planches principales du projet « Tire-Lire ». Dans un prochain numéro, nous publierons de même les autres projets primés à ce concours.

<sup>1</sup> Voir n° du 25 juin 1906, page 143.