Les méthodes du calcul symbolique

Autor(en): **Blanc, Ch.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **69 (1943)**

Heft 1

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-52502

69e année 9 janvier 1943 N° 1

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Les méthodes du calcul symbolique

par Ch. BLANC, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne [1].

Le calcul symbolique ! Je connais des gens qui ne prononcent jamais ces mots sans y mettre une intonation pleine de mystère, et qui attribuent à cette méthode un pouvoir véritablement magique : elle permettrait, selon eux, de résoudre des problèmes où toute autre méthode aurait échoué. Je voudrais vous montrer combien sont simples les idées qui en constituent la base, combien naturels en sont les développements ; la méthode n'a été rendue obscure que par ceux qui n'y voyaient pas tout à fait clair.

Avant de donner un exposé de ce « calcul symbolique » (continuons, quelques instants encore, à l'appeler ainsi), qu'on nous permette de reprendre les termes mêmes de calcul symbolique : on peut affirmer que presque tous les calculs sont symboliques. Sur les bancs de l'école déjà, le collégien fait du calcul symbolique, comme M. Jourdain faisait de la prose sans le savoir.

Mais une première distinction s'impose : qu'on ne confonde pas *notation* symbolique et *calcul* symbolique. Ainsi, en algèbre élémentaire, on a l'habitude de représenter des nombres, connus ou non, par des lettres. Plus tard, on note aussi par des lettres des êtres mathématiques autres que des nombres réels : nombres complexes, vecteurs, fonctions, opérations, etc. Jusque là, il n'y a que notation symbolique : on emploie, pour représenter des objets très divers, des lettres de divers alphabets. Mais on passe de la *notation* symbolique au *calcul* symbolique lorsqu'on assimile, pour les règles du calcul, les lettres représentant certains objets à des lettres représentant d'autres objets. Lorsque, comme nous allons le voir, on appelle par exemple T_1 et T_2 deux transformations de figures planes, la somme $T_1 + T_2$ peut être définie en toute rigueur : il s'agit alors d'une somme symbolique puisqu'il n'est plus question d'additionner deux nombres entre eux : en effectuant une telle somme, on fait déjà du calcul symbolique. Cela n'a rien de mystérieux, si l'on veut bien ne donner aux mots que le sens qu'ils ont.

Les seuls calculs que nous sachions faire sont les trois opérations les plus simples de l'arithmétique, portant sur des nombres entiers : l'addition, la soustraction, la multiplication. La division déjà se fait au moyen des opérations précédentes, sauf dans les cas les plus simples. Et, si étrange que cela puisse paraître, les calculs les plus compliqués de celui qui applique les mathématiques supérieures finissent toujours par aboutir à ces mêmes opérations. On s'y est même tellement habitué, elles obéissent à des règles si simples, qu'on aime à retrouver, lorsqu'il s'agit d'objets autres que de nombres entiers, les mêmes opérations. Et c'est là que réside en somme toute la question du calcul symbolique, à tous les degrés.

Il n'est pas possible, dans le cadre de cette leçon, de passer en revue les multiples opérations symboliques qu'on introduit ainsi, peu à peu, dans l'enseignement moyen. Donnons-en simplement un exemple, tiré de la

[1] Leçon inaugurale prononcée le 27 novembre 1942. *(Réd.)*.

géométrie analytique, qu'on continue, je ne sais pourquoi, à considérer comme le chapitre essentiel des mathématiques des gymnases.

L'équation d'une droite d, en coordonnées cartésiennes est, on le sait,

$$ax + by + c = 0.$$

Pour condenser l'écriture, on écrit alors simplement

$$d = 0$$

d étant mis à la place du premier membre : d représente tout ce premier membre

$$d \equiv ax + by + c.$$

On a ici une *notation* symbolique. On en vient ensuite à ne plus écrire que d, et à calculer avec cette lettre seule. Ainsi, pour le faisceau des droites

$$d_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$d_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

on écrira

$$d_1 - \lambda d_2 = 0$$

au lieu de

$$(a_1x + \ldots) - \lambda\,(a_2x + \ldots) = 0.$$

Les lettres d_1 et d_2 qui représentent toute une expression sont traitées comme des nombres qu'on additionne et multiplie. Cette façon de procéder peut surprendre au début : on aperçoit ensuite rapidement quels avantages elle présente : tant il est profitable de réduire toute forme au nombre, non pas dans son essence, mais dans son comportement.

Il s'agit là, probablement, d'un simple besoin de notre entendement. Je me contenterai de vous renvoyer à ce sujet aux remarquables études faites sur l'importance de la notion de *groupe* dans le raisonnement.

Prenons maintenant un exemple tiré de la géométrie pure. On sait que toute propriété géométrique est liée à une transformation qui conserve ladite propriété. Ainsi, l'aire d'un triangle est liée aux translations, rotations, d'une façon générale aux déplacements du plan. Les notions de bissectrices, de hauteurs sont invariantes par les déplacements, mais aussi par les homothéties (dilatations) ; les médianes se conservent dans des transformations encore plus générales. Ce qui caractérise les transformations conservant une propriété géométrique, c'est qu'elles forment un *groupe*, c'est-à-dire, en particulier, que la succession de deux telles transformations est encore une transformation du même type, toute transformation possédant une transformation inverse. Il est tout naturel, alors, d'appeler *somme* de deux transformations d'un groupe la succession de ces deux transformations ; le mot *somme* a pris maintenant un sens nouveau, s'appliquant à des notions autres que des nombres ; le seul lien qui le relie à la notion primitive de somme est le fait que, partant de deux éléments d'un ensemble, cette somme symbolique fournit un troisième élément de cet ensemble. Le calcul symbolique ainsi défini n'a rien de mystérieux.

Mais que l'on prenne garde. Pour l'instant, nous savons juste écrire que la succession de deux transformations en donne une troisième ; nous écrivons, par exemple,

$$T_1 + T_2 = T_3.$$

Mais nous devons encore établir les diverses règles du calcul. Nous verrons ainsi que, contrairement à ce qui se passe pour les nombres, l'addition n'est pas commutative, en général du moins :

$$T_1 + T_2 \neq T_2 + T_1.$$

On le verrait facilement en prenant, par exemple, pour T_1, une rotation d'un quart de tour autour d'un point 0 fixe, et pour T_2 une translation dans une direction fixe.

Mais si nous ne considérons que des *translations* (en d'autres termes si nous faisons un choix parmi les transformations), nous obtenons un groupe plus restreint, pour lequel il y a commutativité.

Etudions ce groupe d'un peu plus près. Il est constitué par l'ensemble des translations du plan. Il contient en particulier la translation identique (l'absence de translation), qui joue le rôle du « zéro » du groupe. Les translations ont ceci de particulier qu'elles peuvent être caractérisées au moyen de deux nombres (au sens ordinaire du mot). En effet, rapportons le plan considéré à deux axes de coordonnées cartésiennes ; prenons le segment défini par les deux positions d'un point quelconque, avant et après la translation ; en projetant ce segment sur les deux axes, on obtient deux nombres qui définissent parfaitement la translation envisagée. On pourra représenter toute translation par deux nombres ; ce qui nous conduit à la remarque suivante : la succession de deux translations constitue encore une translation ; soient donc les translations T_1 de composantes (a_1, b_1), T_2, de composantes (a_2, b_2) ; et T la translation résultante, qu'on pourra écrire

$$T = T_1 + T_2.$$

Les composantes de T doivent pouvoir se calculer à partir de celles de T_1 et de T_2 : à une opération sur les translations correspond alors une opération sur leurs composantes ; il est donc possible de définir *a priori* la somme $T_1 + T_2$, sans passer par l'interprétation géométrique.

Nous avons ainsi été conduits, par la considération des translations, à des objets qui sont entièrement caractérisés par un certain nombre de composantes : les opérations sur ces objets s'établissent au moyen des opérations sur les composantes ; mais, les règles du calcul ayant été démontrées, on peut procéder ensuite directement sur les objets eux-mêmes. On a alors affaire à ce que l'on peut nommer des *nombres complexes*.

Nous avons tous entendu parler des *nombres imaginaires*. L'apparition de la lettre i, de $\sqrt{-1}$, pose parfois, à certaines personnes, de véritables cas de conscience qui ne résistent pas à un examen fait avec sang-froid.

Que devons-nous appeler nombre imaginaire ? Il s'agit là encore d'un nombre symbolique, dépourvu de tout mystère si l'on veut bien le définir correctement. Voici comment s'y prennent les traités courants de mathématiques.

Appelons nombre complexe un objet c, défini par deux composantes a et b. On écrira, provisoirement, $c\,(a,b)$. Ces deux composantes doivent être prises dans un ordre bien déterminé ; la première s'appellera, si l'on veut, *partie réelle*, la seconde, *partie imaginaire*. Il ne faut attribuer à ces termes réel et imaginaire aucun sens autre que celui qui vient d'être dit, et oublier en particulier qu'ils ont également un sens dans le langage courant. Nous allons apprendre à calculer avec ces nombres : il faudra définir l'égalité de deux nombres complexes, la somme, la différence, le produit, le quotient ; on fera en outre une hypothèse par laquelle les nombres ordinaires pourront être considérés comme faisant partie de l'ensemble des nombres complexes. Voici ces règles de calcul, les règles du jeu si l'on veut :

1. $$c\,(a,\ b) = c'\,(a',\ b')$$

$$\text{si} \quad a = a', \quad b = b'.$$

Deux nombres complexes sont égaux si leurs composantes sont respectivement égales.

2. On fait la somme de deux nombres complexes en additionnant leurs composantes :

$$(a,\ b) + (a',\ b') = (a + a',\ b + b').$$

Remarquons en passant qu'il résulte de là que l'addition des nombres complexes est commutative.

3. $$\text{Si} \quad b = 0, \quad (a,\ o) = a.$$

Si la partie imaginaire est nulle, le nombre complexe est le nombre ordinaire égal à la partie réelle.

Il en résulte qu'un nombre complexe est nul si ses deux parties sont nulles. On devra remarquer également que cela ne contredit aucune des règles de l'arithmétique ordinaire.

4. Définition de la soustraction

$$(a,\ b) - (a',\ b') = (a - a',\ b - b').$$

5. Définition de la multiplication

$$(a,\ b).(a',\ b') = (aa' - bb',\ ab' + a'b).$$

On en déduit en particulier que la multiplication est associative. Si $b = 0,\ b' = 0$

$$(a,\ 0).(a',\ 0) = (aa',\ 0)$$

par quoi nous vérifions qu'il n'y a pas contradiction avec la règle 3.

Convention : On pose, pour simplifier l'écriture,

$$(0,\ 1) = i.$$

Si b est réel, on a

$$b = (b,\ 0)$$

$$ib = (b,\ 0)\ (0,\ 1) = (0,\ b)$$

$$a + ib = (a,\ 0) + (0,\ b) = (a,\ b).$$

Par suite, il sera possible et commode d'écrire, au lieu de $(a,\ b)$, $a + ib$, pourvu qu'on n'oublie pas la signification du symbole i.

Calculons i^2. On a $i = (0,\ 1)$

$$i^2 = (0,\ 1).(0,\ 1) = (-1,\ 0).$$

Ainsi, i est un nombre complexe dont le carré est réel, et égal à -1. On pourra remplacer i^2, chaque fois qu'il se présentera, par -1.

Comme vous le voyez, ce fameux nombre i dont le carré est -1 n'est pas un élément malsain introduit frauduleusement dans le corps des mathématiques ; il est défini en toute rigueur ; il appartient à un ensemble de nombres plus généraux que les nombres ordinaires, dits nombres réels. Le calcul avec les nombres complexes est un calcul symbolique : l'addition représente en fait deux additions, l'égalité deux égalités au sens ordinaire du mot, etc.

Le mystère s'évanouit, mais non la poésie. A la place du nombre imaginaire, que l'on n'utilisait qu'à contrecœur, que l'on considérait avec crainte parce qu'on ne savait pas exactement ce qu'il représentait, nous avons maintenant un concept précis, qui accroît notre pouvoir de compréhension sans introduire la moindre parcelle d'incertain, d'à peu près.

Le *calcul vectoriel* nous donne un autre exemple, remarquablement simple, de calcul symbolique. L'importance qu'ont prise les vecteurs dans les applications techniques est considérable, il vaut la peine d'indiquer ici les articulations essentielles de cette théorie. On ne peut passer sous silence l'ouvrage admirable de notre regretté Gustave Juvet : pendant de longues années encore, les futurs ingénieurs apprendront dans ses livres à manier les méthodes vectorielles.

Un vecteur, dans notre espace à trois dimensions, est défini par deux points, soient A et B, l'un étant l'origine, l'autre l'extrémité. On le note

$$\overrightarrow{AB}$$

ou, d'une simple lettre surmontée d'une flèche : $\vec{v}$.

L'égalité de deux vecteurs s'appelle *équipollence* : deux vecteurs sont équipollents

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$$

s'ils sont parallèles, de même sens et de même longueur. Cette définition de l'égalité remplit bien les trois conditions que la logique impose : réflexivité, symétrie et transitivité.

On définit ensuite la *somme* de deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, de la façon suivante : on porte, à partir d'un point 0 quelconque, un vecteur équipollent à $\vec{a}$; à partir de l'extrémité de ce vecteur, on porte le vecteur $\vec{b}$; si P est l'extrémité de ce dernier vecteur, $\overrightarrow{0P}$ est par définition la somme de $\vec{a}$ et $\vec{b}$

$$\overrightarrow{0P} = \vec{a} + \vec{b}.$$

La géométrie élémentaire nous apprend alors que

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$

Il n'est pas difficile de définir ensuite la somme de plusieurs vecteurs, la différence de deux vecteurs. On démontre que les règles de calcul sont les mêmes que pour les opérations sur des nombres.

La question se complique lorsqu'il s'agit d'introduire le produit de deux vecteurs. On peut en donner diverses définitions. A vrai dire, deux seulement sont usuelles : on a le produit *scalaire* et le produit *vectoriel*.

Le produit scalaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ est un nombre (un scalaire) : il est égal, par définition, au produit des longueurs de $\vec{a}$ et de $\vec{b}$ par le cosinus de l'angle que forment ces deux vecteurs. On montre que ce produit se comporte comme un produit ordinaire.

Le produit vectoriel de deux vecteurs est un nouveau vecteur qu'on note

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}.$$

Sa direction est perpendiculaire au plan défini par $\vec{a}$ et $\vec{b}$, son sens étant tel que le trièdre (a, b, c) soit orienté positivement. Son intensité est égale à l'aire du parallélogramme construit sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

Ce produit ne jouit plus des propriétés les plus communes de la multiplication des nombres. En particulier

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}.$$

Mais il y a plus. Lorsque nous écrivons

$$2.3.7$$

nous n'avons pas besoin de préciser dans quel ordre doivent se faire les opérations : on peut multiplier d'abord 2 par 3, puis le résultat par 7, ou encore 3 par 7, puis le résultat par 2, etc. : le résultat final est toujours le même. Il n'en est plus ainsi avec le double produit vectoriel :

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}$$

n'a pas de sens, car le résultat est différent selon l'ordre adopté pour les opérations

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \neq \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}).$$

Ainsi, après avoir défini des objets nouveaux, nombres complexes, vecteurs, notre premier souci est d'établir les règles du calcul. Ces règles, nous les définissons en toute rigueur, et, par une analogie plus ou moins stricte, nous donnons aux diverses opérations les noms mêmes que l'on emploie pour les opérations sur les nombres, on les représente par les mêmes signes. On se gardera simplement de devancer l'établissement des règles du jeu ; on ne croira pas que, parce que cela va tout seul pour les opérations les plus simples, on n'a aucun souci à se faire pour les autres. Non ; ainsi, nous l'avons dit, la multiplication scalaire des vecteurs se comporte comme la multiplication ordinaire. Par exemple

$$\vec{a}\,(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}.$$

Mais, si $$\vec{a}.\vec{b} = 0,$$

on ne peut en déduire que $\vec{a}$, ou $\vec{b} = 0$; la *division* n'est pas possible.

Les opérations symboliques que nous avons vues jusqu'ici se ramènent toujours, d'une façon simple, à des opérations sur des nombres réels. On peut cependant aller plus loin. Parmi les opérations de l'analyse, la dérivation et l'intégration tiennent une place essentielle. Pour ceux à qui ces notions ne sont pas familières, je dirai ceci : lorsqu'un mobile parcourt une droite, sa position est une fonction du temps, sa vitesse est également une fonction du temps. Ces deux fonctions ne sauraient être indépendantes, elles sont en fait liées, et on dit que la seconde (la vitesse), est la dérivée de la première (qui exprime la position) ; inversement, la première est une primitive, ou intégrale, de la seconde. (Il va sans dire qu'il s'agit ici d'un exemple, et que les notions de dérivée et d'intégrale s'appliquent à d'autres fonctions.) La résolution d'un grand nombre de problèmes conduit précisément à des recherches d'intégrales ; on a même souvent affaire à des équations différentielles, relations entre une fonction et ses dérivées successives. L'intégration consiste alors à déterminer la fonction à partir de l'équation. C'est un problème en général difficile.

Or, une notation nous suggère ici une méthode. Si la variable s'appelle t, et la fonction y, on écrit parfois, pour la dérivée d'y, Dy. Cette notation suggère une *multiplication* : on considère la dérivation comme la multiplication symbolique de y par D, D jouant le rôle d'un nombre symbolique. La dérivée seconde sera alors D^2y, et, par exemple, l'équation différentielle

$$y'' + k^2 y = A \sin \omega t$$

deviendra $$D^2 y + k^2 y = A \sin \omega t$$

ou $$y = \frac{A}{D^2 + k^2} \sin \omega t.$$

Pour continuer, il faut savoir ce que signifie le produit qui figure au second membre, en un mot, établir quelles sont les opérations qui correspondent aux expressions formées avec D. Un tel calcul peut s'établir en toute rigueur ; mais il est préférable alors de reprendre la question d'un autre côté. En effet, si l'on se laisse tout simplement entraîner par les analogies comme nous venons de le faire, on s'expose à obtenir souvent des résultats manifestement erronés, sans trop savoir pourquoi. Un fait, déjà, devrait éveiller en nous quelque méfiance à l'égard de la méthode que nous venons d'esquisser : nous avons trouvé que l'intégrale de l'équation différentielle donnée en exemple était

$$\frac{A}{L^2 + k^2} \sin \omega t.$$

Mais nous savons qu'une telle équation possède une infinité d'intégrales, l'intégrale générale dépendant de deux quantités arbitraires, dites constantes d'intégration. On ne voit pas, dans le symbolisme ci-dessus, où peuvent apparaître les constantes d'intégration. Or c'est pourtant l'essentiel.

Souvent, lorsqu'on intègre une équation différentielle, on voit dans la recherche de l'intégrale générale le problème principal, la détermination des constantes d'intégration étant un travail facile, fastidieux, indigne, en somme, d'un calculateur sérieux. Nous ne sommes pas de cet avis : pour nous, l'opération essentielle est précisément la détermination de ces constantes ; c'est même, d'une façon générale, la partie la plus difficile du calcul. Et la méthode à choisir pour venir à bout de l'intégration dépend dans une plus large mesure de la nature des conditions qui fixent les arbitraires, que de la forme de l'équation elle-même.

Les méthodes symboliques d'intégration sont précisément adaptées à certains cas seulement, et seule une étude rigoureuse de la question permet d'énoncer quels sont ces cas. Je m'en voudrais d'insister ici sur la technique adoptée pour fonder en toute rigueur les méthodes symboliques d'intégration. Qu'il me suffise de dire qu'Euler, puis Laplace, vers la fin du XVIII[e] siècle, avaient introduit une transformation fonctionnelle qui permet de résoudre entièrement la question. Au lieu de considérer la dérivation comme une multiplication symbolique, on remplace, au moyen d'une transformation appelée transformation de Laplace, la fonction envisagée $F(t)$ par une fonction image $\varphi(s)$, telle qu'à la dérivation de $F(t)$ corresponde, pour la fonction image, une multiplication (bien réelle, et non plus symbolique) par s, avec adjonction d'un terme qui permet d'introduire ensuite les constantes d'intégration.

Nous voyons surgir ici une circonstance qui apparaît chaque fois que l'on fait du calcul symbolique : les opérations symboliques ne sont que le reflet d'opérations bien réelles effectuées sur des objets mis en correspondance parfaite avec les objets donnés.

Ainsi, l'addition (symbolique) de deux nombres complexes z_1 et z_2 signifie l'addition de leurs parties réelles et imaginaires, le produit scalaire de deux vecteurs représente une opération bien définie effectuée sur leurs composantes ; la dérivation, représentée symboliquement par une multiplication correspond à une multiplication bien réelle de la fonction transformée par la transformation de Laplace. En un mot, *une opération symbolique est toujours l'image d'opérations bien réelles, portant sur d'autres objets.*

On pourra, se laissant guider par des considérations de commodité, adopter un langage ou l'autre. Dans notre dernier exemple, nous ne pensons pas qu'il y ait quelque avantage à conserver le langage symbolique. On conservera plutôt la méthode d'Euler et de Laplace. On fera bien d'abandonner l'expression de calcul symbolique de Heaviside, non pas que l'ingénieur anglais n'ait aucun mérite, bien au contraire ; mais il n'y a aucune raison de donner à une méthode ancienne le nom de celui qui l'a simplement appliquée, sans y mettre le moindre souci de rigueur. Que dire, à ce point de vue, de ses disciples ?

Il sera temps de conclure. On peut tirer des exemples qui précèdent l'enseignement suivant : il y a un avantage certain à donner, à des opérations nouvelles, la forme et le nom d'opérations déjà connues. En particulier, il y a un avantage à parler de la *somme* de deux forces concourantes, du produit scalaire de deux vecteurs, etc. Il n'y a là qu'une manifestation de cette réduction à l'arithmétique, qui fut, et est encore, l'idéal de beaucoup de mathématiciens : elle reflète peut-être, nous l'avons dit en passant, une exigence de notre esprit. Mais cette réduction à l'arithmétique ne doit pas reposer simplement sur quelques analogies formelles ; même une réussite fortuite ne pourrait alors nous la faire accepter.

On se gardera également de voir dans ces termes de calcul symbolique l'annonce de je ne sais quelle puissance occulte, un peu en marge des saines règles de l'analyse. Les méthodes de calcul doivent être rigoureusement justifiées, quel que soit le but qu'on se propose en recourant aux mathématiques. Je ne dis pas qu'on devra s'arrêter à chaque instant à des points de rigueur, et abandonner tel problème parce qu'on sait qu'on n'en trouvera qu'une solution approchée. En fin de compte, pour le physicien et l'ingénieur, c'est le résultat qui importe, et le mathématicien ne l'oubliera pas. Mais précisément pour cela, il faut recourir à des méthodes sûres, susceptibles d'une complète justification. Qu'on ne voie donc pas dans les mathématiques qu'on applique une dégradation de celles qu'on appelle les mathématiques pures, comme on parle d'une dégradation de l'énergie. Il y a effectivement dégradation lorsqu'on veut introduire dans les mathématiques des méthodes dont le symbolisme masque le manque de rigueur : le temps se charge alors de régler la question.

Au fait, il n'y a pas deux mathématiques, la mathématique pure et la mathématique appliquée. Chacun sera, je pense, de cet avis. Il y a deux faces d'une même science. Et cela montre la richesse de notre discipline, d'une part construction rigoureuse de l'esprit, d'autre part, seul moyen pour l'entendement de saisir le réel.

Restriction de combustible et chauffage des habitations.

Températures réalisables et moyens propres à assurer le confort

par le D[r] W. DÉRIAZ, ing. Chef du Laboratoire des sciences d'exploitation de l'Ecole Polytechnique Fédérale.

Introduction.

On ne se fait, en général, pas une idée exacte de la réduction de confort à laquelle on doit s'astreindre lorsqu'on ne dispose que d'une faible fraction du combustible utilisé en temps de paix. Chacun prend quelques mesures restrictives et s'étonne de leur peu d'efficacité. De là à penser qu'il n'est pas possible de se restreindre davantage et que les autorités doivent chercher les économies ailleurs, il n'y a qu'un pas que beaucoup franchissent facilement.