Folgerungen aus Theorien und Versuchen für die baupraktische Untersuchung von Kriech- und Relaxationsproblemen in Spannbetontragwerken

Autor(en): **Trost, Heinrich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen**

Band (Jahr): **5 (1970)**

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-6923

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Folgerungen aus Theorien und Versuchen für die baupraktische Untersuchung von Kriech- und Relaxationsproblemen in Spannbetontragwerken

Calculation of Creep and Relaxation Effects in Prestressed Concrete Structures

Conséquences des théories et des expériences permettant des recherches efficaces se rapportant au fluage et à la relaxation dans les constructions en béton précontraint

HEINRICH TROST
Dr.-Ing. Prof.
Technische Universität Hannover
Deutschland

Neben der Gewährleistung einer ausreichenden Sicherheit gegen kritische Zustände muß man bei Spannbetontragwerken die Spannungs- und Verformungszustände unter Gebrauchsbeanspruchung untersuchen. Im Gebrauchsbereich kann der Stahl als ein elastischer Festkörper angesehen werden, für den das Hookesche Gesetz gilt; dagegen zeigt der Beton neben elastischen Eigenschaften ein zeitabhängiges Verhalten. Bekanntlich nähern sich aber sowohl die Kriechverformung (unter konstanter Spannung σ_0) als auch die Spannungsrelaxation (bei konstanter Dehnung ε_0) festen Endwerten, die unter anderem vom Belastungsalter des Betons abhängig sind; deshalb kann man den Beton physikalisch als einen viskoelastischen Festkörper mit zeitabhängigen Materialkennwerten bezeichnen.

Wenn Stahl und Beton in einem Verbundquerschnitt zusammenwirken, ergeben sich außer den nachträglichen Verformungen zeitabhängige Änderungen der Last-,Eigen-und Zwängspannungen. Zu ihrer Ermittlung muß man also die Beziehungen zwischen Spannung, Dehnung und Zeit bei den einzelnen Baustoffen Stahl und Beton kennen sowie die Verträglichkeitsbedingungen des ebenbleibenden Verbundquerschnitts und eventuell des statisch unbestimmten Tragsystems beachten.

1. Zeitabhängige lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons

Als allgemeine Grundlage in der Theorie des linearen Kriechens dient das Superpositionsprinzip, nach dem bei viskoelastischen Werkstoffen mehrere Spannungszustände unter Berücksichtigung der Zeitdauer ihrer Einwirkung und des Zeitpunktes ihres Beginns überlagert werden dürfen. Im Gebrauchsbereich ergibt sich danach für einen einachsig beanspruchten Betonstab, auf den mehrere Spannungsstufen zu verschiedenen Zeiten t_i aufgebracht werden, die gesamte Dehnung als Summe der jeweiligen elastischen und Kriechdehnung sowie des Schwindens nach [1] bis [4] zu

$$(1) \qquad \varepsilon(t) = \varepsilon_{el}(t_0)\left[1+\varphi(t,t_0)\right] + \sum_{t_i=0}^{t} \varepsilon_{el}(t_i)\left[1+\varphi(t,t_i)\right] + \varepsilon_s(t)$$

$$= \frac{\sigma_0}{E_{b0}}\left[1+k_0\varphi_N f(t)\right] + \sum_{t_i=0}^{t} \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E_b(t_i)}\left[1+k_i\varphi_N f(t-t_i)\right] + \varepsilon_{s\infty} f(t).$$

Das Normkriechmaß φ_N und das Endschwindmaß $\varepsilon_{s\infty}$ sind entsprechend den Bauwerksbedingungen (klimatische Verhältnisse, Körpergröße, Betonkonsistenz) im allgemeinen in Vorschriften angegeben; der Einfluß des Belastungsalters (Koeffizient k) auf das Kriechen ist aus Fig. 1 und der zeitliche Verlauf des Kriechens wie auch des Schwindens ist aus Fig. 2 zu entnehmen, die als statistische Mittelwerte für Normalbetone in [1] enthalten sind. Die Ausgangskriechfunktion $\varphi(t,t_0)=k_0\varphi_N f(t)$ ist als Kurve 1 und die zur Spannungsstufe $\Delta\sigma(t_i)$ gehörige Kriechfunktion $\varphi(t,t_i)=k_i\varphi_N f(t-t_i)$ ist als Kurve 2 in Fig.3 dargestellt.

Mit der zeitabhängigen linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung (1) muß man sowohl die Kriechprobleme – die Ermittlung der Formänderung bei bekanntem Verlauf der Spannungen – als auch die Relaxationsprobleme – die Bestimmung der Spannungsänderungen unter vorgegebenen Formänderungsbedingungen – unter denselben Annahmen für die Kriechfunktionen lösen können.

Nach Abschluß des Kriechens und Schwindens erhält man den Endwert der Dehnung bei einer gegebenen Folge von Laststufen mit

$$(2)\qquad \varepsilon(t)_{t=\infty}=\varepsilon_\infty=\frac{\sigma_0}{E_{b0}}(1+k_0\varphi_N)+\sum_{t_i=0}^{\infty}\frac{\Delta\sigma(t_i)}{E_b(t_i)}(1+k_i\varphi_N)+\varepsilon_{s\infty}$$

Wenn die linke Seite mit einer Dehnungsbedingung vorgegeben ist, enthält der 2. Summand auf der rechten Seite die gesuchte Spannungsänderung $\sigma_\infty-\sigma_0=\int d\sigma(t_i)=\sum\Delta\sigma(t_i)$, die im Anschluß an eine elastisch ermittelte Ausgangsspannung σ_0 eintritt. Mit der üblichen Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls des Betons wird (2) in der Form

$$(3)\qquad \varepsilon_\infty=\frac{\sigma_0}{E_b}(1+k_0\varphi_N)+\frac{\sigma_\infty-\sigma_0}{E_b}\left(1+k_0\varphi_N\sum_{t_i=0}^{\infty}\frac{\Delta\sigma(t_i)}{\sigma_\infty-\sigma_0}\cdot\frac{k_i}{k_0}\right)+\varepsilon_{s\infty}$$

$$=\frac{\sigma_0}{E_b}(1+\varphi_\infty)+\frac{\sigma_\infty-\sigma_0}{E_b}(1+\varphi_\infty\cdot\varrho)+\varepsilon_{s\infty}$$

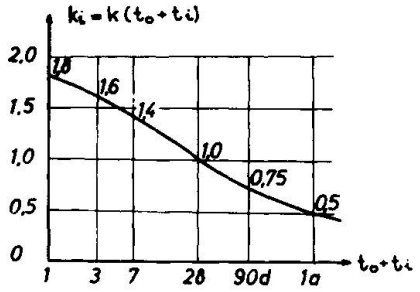


Fig. 1 Einfluß des Belastungsalters auf das Kriechen

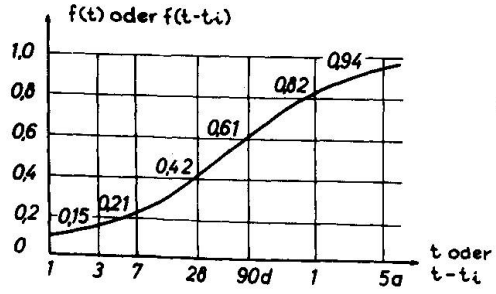


Fig. 2 Zeitlicher Verlauf der Kriech- und Schwindverformung

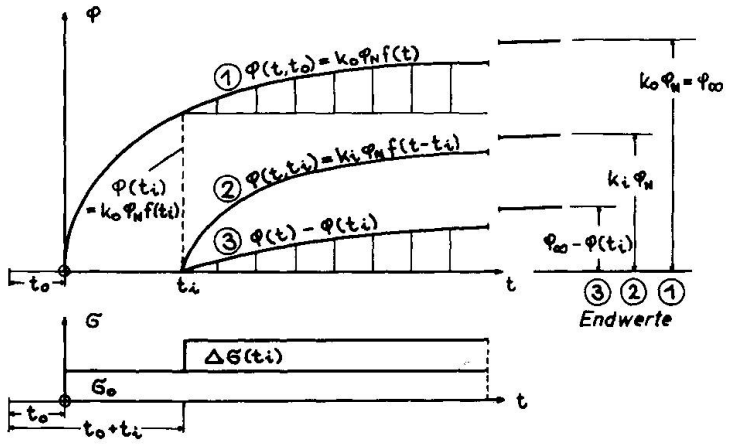


Fig. 3 Vergleich verschiedener Kriechkurven

① *Ausgangskriechkurve* $\varphi=\varphi(t,t_0)$ *für* σ_0

② *Reale Kriechfunktion* $\varphi(t,t_i)$ *für* $\Delta\sigma(t_i)$

③ *Idealkurve nach Withney/Dischinger für* $\Delta\sigma(t_i)$

ausgedrückt; hierbei ist mit $\varphi_\infty = k_0 \varphi_N$ die maßgebende Endkriechzahl für die beim Belastungsalter t_0 eingeleitete Beanspruchung σ_0 bezeichnet und zur Abkürzung der in [4] ausführlich erörterte

(4) Relaxationskennwert $$\varrho = \sum_{t_i=0}^{\infty} \frac{\Delta\sigma(t_i)}{\sigma_\infty - \sigma_0} \frac{k_i}{k_0} = \sum_{t_i=0}^{\infty} \Delta F(t_i) \frac{k_i}{k_0}$$

eingeführt. Der Zahlenwert $\varrho\varphi_\infty$ läßt sich als abgeminderte Endkriechzahl für die im Laufe der Zeit eingetretene Spannungsänderung auffassen. Obwohl die absolute Größe der Spannungsänderung $\sigma_\infty - \sigma_0$ selbst noch unbekannt ist, kann der zeitliche Verlauf der Relaxation

(5) $$\frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_\infty - \sigma_0} = F(t) = \sum_{t_i=0}^{t} \Delta F(t_i) = \sum_{t_i=0}^{t} \frac{\Delta\sigma(t_i)}{\sigma_\infty - \sigma_0}$$

bei einem bekannten Verlauf der Kriechfunktion $\varphi(t,t_0)$ aus Grenzüberlegungen direkt angegeben werden (vgl.hierzu [4] und Fig. 4).

Für den Einfluß des Belastungsalters nach Fig. 1 und den zeitlichen Verlauf des Kriechens nach Fig. 2 sind die Zahlenwerte von ϱ in Fig. 5 dargestellt. Wenn nach den örtlichen Gegebenheiten zwar die quantitativen Angaben in Fig. 1 und 2 zu korrigieren sind, aber der qualitative Verlauf erhalten bleibt, ergeben sich nach entsprechender Auswertung der Formel (4) nur kleinere Zahlenkorrekturen.

Analog zur Gleichung (3) erhält man mit hinreichender Genauigkeit (vgl. Fig. 4) für die Zeit $0 \leq t \leq \infty$ in dem Ausdruck [4;5]

(6) $$\boxed{\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_b}(1+\varphi) + \frac{\sigma(t)-\sigma_0}{E_b}(1+\varrho\cdot\varphi) + \varepsilon_s(t) \quad \text{mit } \varphi = \varphi(t,t_0)}$$

eine einfache Normalform der zeitabhängigen linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Gebrauchsbeanspruchung. Diese zweckmässige Umwandlung der Integralbeziehung (1) enthält sowohl die bekannte Aussage für das Kriechen bei konstanter Spannung als auch die stetige Spannungsänderung $\sigma(t) - \sigma_0$, die bei einer gegebenen Dehnung ε (t) im Anschluß an eine Ausgangsbeanspruchung σ_0 eintritt.

Die bekannte Kriechdifferentialgleichung von Dischinger

(7) $$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_b}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{E_b}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\varepsilon_{s\infty}}{\varphi_\infty}\frac{d\varphi}{dt} \quad \text{mit } \varphi = \varphi(t,t_0)$$

ergibt sich nach [4;6] aus der Integralbeziehung (1) in der Alterungstheorie unter Annahme der Withney-Idealkurven (vgl.Kurven 3 in Fig.3)

$$\varphi(t,t_i) = \varphi(t,t_0) - \varphi(t_i,t_0) \mathrel{\widehat{=}} \varphi(t) - \varphi(t_i)$$

Damit wird das bei Entlastung zu beobachtende Rückkriechen nicht berücksichtigt, sondern jede Kriechverformung als rein plastisch angesehen. Daraus resultiert auch die häufig benutzte Kennzeichnung des Betons als elasto-plastischer Festkörper.

Eine andere Grenzannahme ergibt sich bei Vernachlässigung der weiteren Betonalterung nach Aufbringen von σ_0 durch Verschieben der Ausgangskriechkurve entlang der Zeitachse mit

$$\varphi(t,t_i) = \varphi_\infty f(t-t_i) = k_0 \varphi_N f(t-t_i)$$

Hierbei ist k_i = ko angenommen und nach (4) wird ϱ= 1. Damit erhält man aus (6) eine vereinfachte σ-ε-Beziehung

(8) $$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_b}(1+\varphi) + \varepsilon_s(t) \quad \text{mit } \varphi = \varphi(t,t_0),$$

wobei man $\frac{E_b}{1+\varphi}$ als ideellen E-Modul oder Verformungsmodul bezeichnet.

Die Folgerungen aus diesen unterschiedlichen Annahmen für die Kriechfähigkeit bei Spannungsänderungen zeigen sich bei Lösung der Relaxationsprobleme. Für die Dehnungsbedingung $\varepsilon(t) = const = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_b}$ erhält man die Spannungsrelaxation (vgl. auch Fig.4b, 4d und 6a)

(9) $\sigma(t) = \sigma_0 \left(1 - \frac{\varphi}{1+\varrho\varphi}\right)$ aus Formel (6) mit Relaxationskennwert,

(10) $\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\varphi}$ aus Formel (7) nach Dischinger,

(11) $\sigma(t) = \sigma_0 \frac{1}{1+\varphi}$ aus Formel (8) mit ideellem E-Modul. [3]

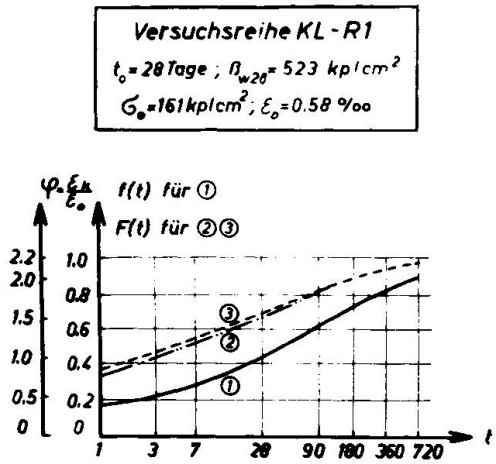


Fig. 4a

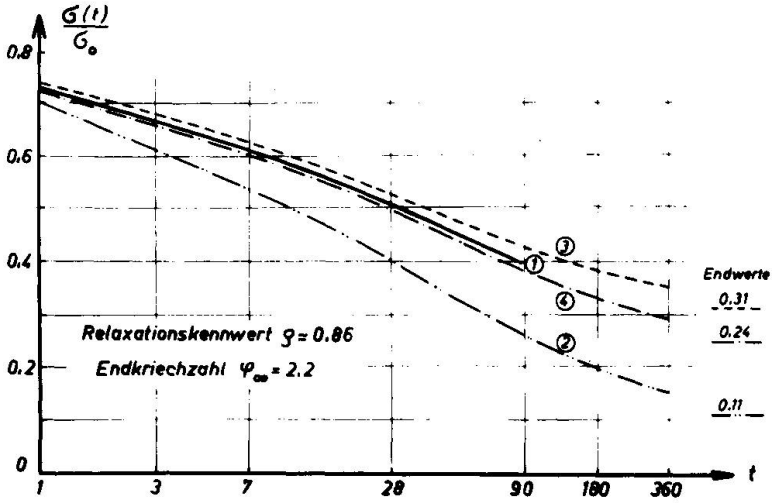


Fig. 4b

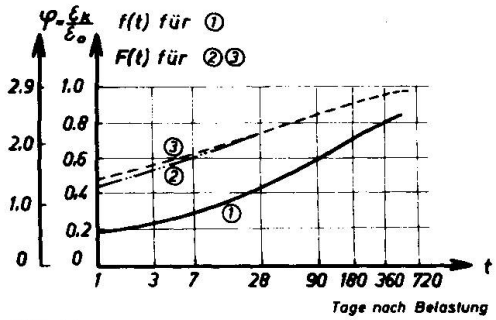


Fig. 4c

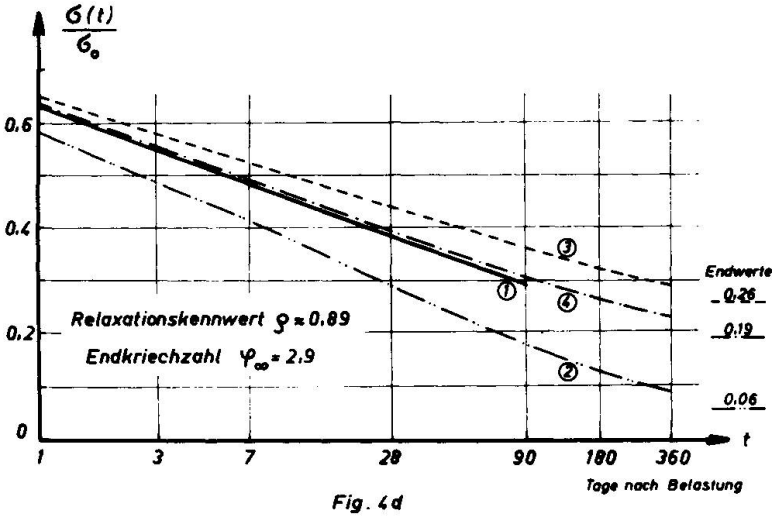


Fig. 4d

① Gemessener Kriechverlauf $f(t) = \frac{\varphi}{\varphi_\infty} = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_0}{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}$

Zugehörige Relaxationsverläufe $F(t) = \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_\infty - \sigma_0}$

② nach Dischinger $F(t) = \frac{1 - e^{-\varphi}}{1 - e^{-\varphi_\infty}}$

③ mit ideellem E-Modul $F(t) = \frac{1 + \varphi_\infty}{1 + \varphi_\infty f(t)} f(t)$

① Gemessene Relaxtionskurve $\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}$

Theoretische Relaxationskurven:

② nach Dischinger $\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = e^{-\varphi}$

③ mit ideellem E-Modul $\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{1+\varphi}$

④ mit Relaxationskennwert $\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = 1 - \frac{\varphi}{1+\varrho\varphi}$

Fig. 4 Vergleich von theoretischen Relaxationskurven mit Kriech- und Relaxationsversuchen der TH München

2. Auswertung von Kriech- und Relaxationsversuchen

An der TH München +) wurden an gleichartigen Betonprismen Ø 2ocm, Höhe 8o cm jeweils Kriech=und Relaxationsversuche vorgenommen, deren Durchführung in [7] und [8] beschrieben wurde. Die Ausgangsbeanspruchung σ_0 betrug dabei etwa 1/3 der Würfeldruckfestigkeit. Die Meßwerte der Versuchsreihe LK-R1 sind in Fig. 4a, 4b und der Versuchsreihe LM-R16o sind in den Fig. 4c, 4d aufgetragen und durch die angegebenen Daten näher erläutert. Die Stauchung der Relaxationsproben wurde automatisch um das Schwindmaß eines unbelasteten Vergleichskörpers gesteigert.

In Fig. 4a, 4c sind mit den gemessenen Kriechverformungen in der Kurve 1 der zeitliche Verlauf des Kriechens als $f(t)$ aufgetragen sowie in den Kurven 2 und 3 diejenigen Zeitfunktionen F (t) der Relaxation angegeben, die aus den im 1.Abschnitt erörterten Grenzannahmen für die Kriechfähigkeit bei Spannungsänderungen nach Dischinger und mit dem ideellen E-Modul errechnet sind. Diese Kurven 2 und 3 stimmen praktisch überein und überdecken auch die tatsächliche Zeitfunktion F (t), die man aus den Relaxationsmessungen erhalten würde.Nach Formel (4) erfolgte dann die Ermittlung des Relaxationskennwertes durch die numerische Integration der Teilprodukte, die sich aus den Stufen der Zeitfunktion F (t) und den Einflußwerten des Belastungsalters aus Fig. 1 ergeben.

In Fig. 4b, 4d sind in der Kurve 1 die Ergebnisse der Relaxationsversuche als Verhältniswert $\sigma(t):\sigma_0$ aufgetragen. Sie lassen deutlich erkennen, daß der Relaxationsvorgang wesentlich schneller als der Kriechvorgang abläuft: Nach einem Tag ist praktisch nur noch 2/3 der Ausgangsspannung σ_0 vorhanden, die durch die Zwängsverformung ε_0 hervorgerufen wurde. Aus den zum Vergleich eingetragenen theoretischen Relaxationskurven ist zu entnehmen, daß man den Abbau von Zwängspannungen mit Kurve 2 nach Dischinger überschätzt und nach Kurve 3 mit dem ideellen E-Modul unterschätzt; dagegen zeigen die mit dem Relaxationskennwert errechneten Kurven 4 gute Übereinstimmung mit diesen Versuchswerten.

3. Anwendungen auf Spannbetontragwerke

3.1 Systemzwängungen

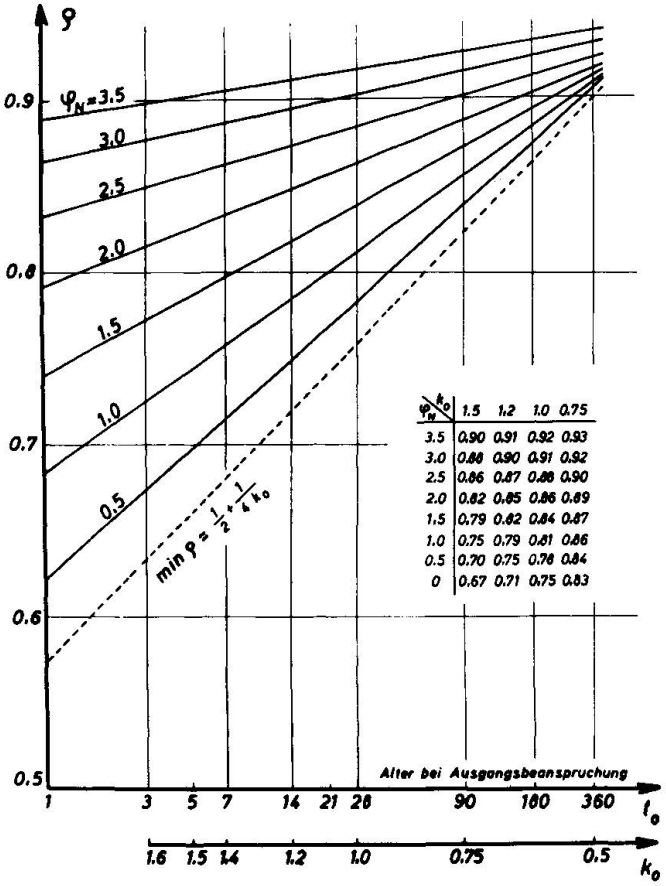
Infolge des viskoelastischen Verhaltens des Betons werden die durch Systemzwängungen ausgelösten Schnittgrößen erheblich geändert gegenüber dem elastisch ermittelten Kräftezustand. In statisch unbestimmt gelagerten Systemen können durch Auflagerverschiebungen solche Zwängungen hervorgerufen werden. Bei homogenen Betontragwerken und Vernachlässigung der Bewehrung ist die Biegelinie durch Größe und Richtung der Zwangsverformung festgelegt.

Bei einer plötzlichen Stützensenkung liegt ein Relaxationsproblem mit zeitunabhängiger Zwängung vor. Für Biegezwängungen an durchlaufenden Trägern ist das Verhältnis der Schnittgrößen gleich dem der Spannungen in Formel (9) und man erhält

$$(12) \qquad \frac{M(t)}{M_0} \triangleq \frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = 1 - \frac{\varphi}{1+\rho\varphi}$$

Fig. 6a gibt die Verhältnisse der Endwerte zu den elastischen Anfangswerten (to = 28 Tage) für verschiedene Normkriechmaße φ_N an.Man beachte die Unterschiede, die sich bei Anwendung der verschiedenen σ- ε-Beziehungen (6), (7) und (8) ergeben.

+)Diese Versuchsergebnisse wurden von Herrn Prof.Rüsch freundlicherweise zur Verfügung gestellt, wofür der Verfasser danken möchte.



φ_N \ k_0	1.5	1.2	1.0	0.75
3.5	0.90	0.91	0.92	0.93
3.0	0.88	0.90	0.91	0.92
2.5	0.86	0.87	0.88	0.90
2.0	0.82	0.85	0.86	0.89
1.5	0.79	0.82	0.84	0.87
1.0	0.75	0.79	0.81	0.86
0.5	0.70	0.75	0.78	0.84
0	0.67	0.71	0.75	0.83

Fig. 5 Relaxationskennwerte ρ

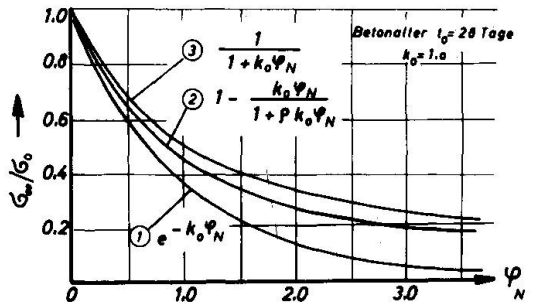


Fig. 6a $\frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}$ bei zeitunabhängigen Zwängungen

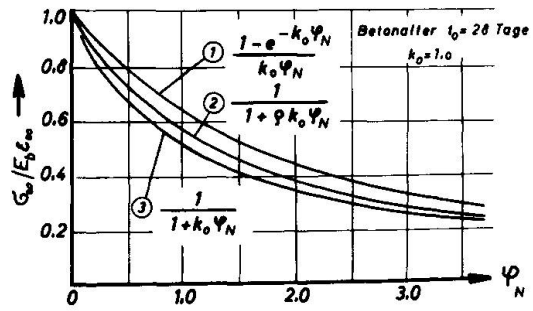


Fig. 6b $\frac{\sigma_\infty}{E_b \varepsilon_\infty}$ bei zeitabhängigen Zwängungen, die affin zum Kriechen erfolgen

Fig. 6 Endwerte von Zwängspannungen

① nach Dischinger
② mit Relaxationskennwert
③ mit ideellem E-Modul

Bei einer allmählichen Stützensenkung, die ab t_0 affin zum Kriechen erfolgt, erhält man das Verhältnis der wirklich eintretenden Größen zu den elastisch ermittelten Werten aus Formel (6) mit $\sigma_0 = 0$ und gegebenem $\varepsilon(t) = \varepsilon_\infty f(t)$ zu

$$(13) \qquad \frac{M(t)}{M_{el}(t)} \cong \frac{\sigma(t)}{E_b\,\varepsilon(t)} = \frac{1}{1+\rho\varphi}$$

und für t_0 = 28 Tage die in Fig. 6b dargestellten Endwerte.

Beim biegesteifem Zusammenschluß von gleichalten Teiltragwerken verursachen die mit dem geänderten System unverträglichen Schnittgrößen ebenfalls eine zeitunabhängige Zwängung, deren Relaxation wie nach Formel (12) erfolgt. Die Ermittlung der Kräfteumlagerungen in abschnittsweise hergestellten Brückentragwerken ist in [9] behandelt.

Die Veränderungen der im Abschnitt 3.1 erörterten Systemzwängungen können also mit der σ-ε-Beziehung (6) in einfacher Weise errechnet werden. Wenn unmittelbar die Betondehnungen bzw. Formänderungen der Betontragwerke ohne Bewehrungseinfluß vorgegeben sind, kann man für die normalen Verhältnisse den Relaxationskennwert (vgl. Fig. 5) hinreichend genau mit $0{,}8 < \rho < 0{,}9$ annehmen. Die möglichen Spannungsänderungen sollte man immer für denkbare Grenzwerte bei der Endkriechzahl $\varphi_\infty = k_0 \varphi_N$ abschätzen.

3.2 Zeitabhängige Formänderungen und Spannungsumlagerungen.

Nach Fig. 7 würden sich bei Lösen des Verbundes zwischen Stahl und Beton die nachträglichen Betonverformungen als Summe der φ-fachen elastischen Verformung aus Dauerlasten und Vorspannung und der Schwindverformung ergeben, die in dem ebenbleibenden Verbundquerschnitt durch den Stahl behindert werden. Die dadurch entstehenden

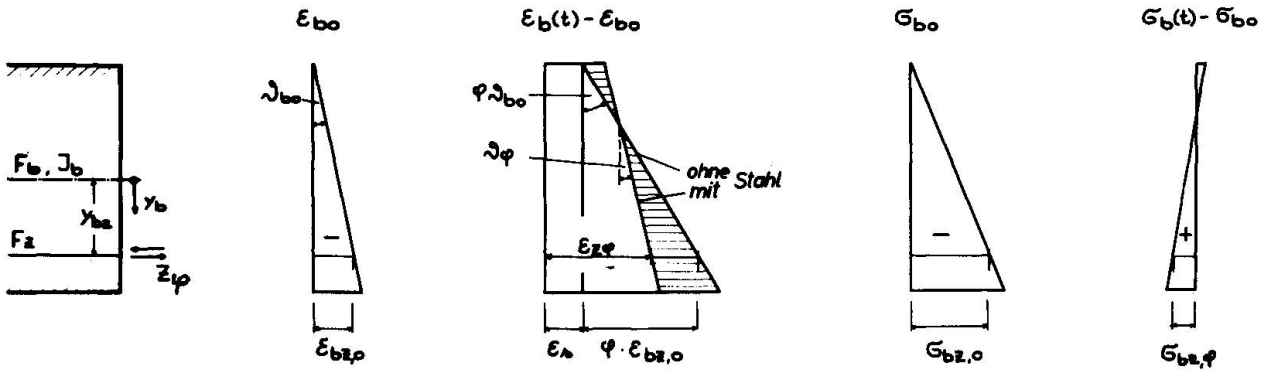


Fig. 7 Verformungen und Spannungen im Querschnitt

Spannungsänderungen bilden einen Eigenspannungszustand und sind aus Verträglichkeitsbedingungen zu errechnen. Für den in Fig. 7 dargestellten Querschnitt mit einem exzentrischen Spannglied gilt die Dehnungsbedingung in der Verbundfaser y_{bz}

$$(14) \qquad \varepsilon_z(t) - \varepsilon_{z0} = \varepsilon_{z\varphi} \equiv \varepsilon_{bz,\varphi} = \varepsilon_{bz}(t) - \varepsilon_{bz,0}.$$

Aus dem Hookeschen Gesetz für den Stahl (Index z) und der σ-ε-Beziehung (6) für den Beton (Index b) erhält man mit der Spannungsänderung des Betons in der Stahlfaser $\sigma_{bz}(t) - \sigma_{bz,0} = \sigma_{bz,\varphi}$

$$\frac{\sigma_{z\varphi}}{E_z} = \frac{\sigma_{bz,0}}{E_b}\varphi + \frac{\sigma_{bz,\varphi}}{E_b}(1+\varrho\varphi) + \varepsilon_s$$

und mit $n = E_z : E_b$ nach Umformen die Gleichung

$$(15) \qquad \sigma_{z\varphi}\left[1 - n\frac{\sigma_{bz,\varphi}}{\sigma_{z\varphi}}(1+\varrho\varphi)\right] = n\varphi\,\sigma_{bz,0} + E_z\varepsilon_s.$$

Das Verhältnis der Eigenspannungen $\sigma_{bz,\varphi} : \sigma_{z\varphi}$ ist nur von der Bewehrungsanordnung im Querschnitt abhängig und beträgt

$$(16) \qquad \frac{\sigma_{bz,\varphi}}{\sigma_{z\varphi}} = -\frac{F_z}{F_b}\left(1 + y_{bz}^2\frac{F_b}{J_b}\right).$$

Mit (16) ergibt sich die Spannungsänderung im Stahl aus Formel (15) zu

$$(17) \qquad \frac{Z_\varphi}{F_z} = \sigma_{z\varphi} = \frac{1}{1 + n\frac{F_z}{F_b}\left(1 + y_{bz}^2\frac{F_b}{J_b}\right)(1+\varrho\varphi)}\left(n\varphi\sigma_{bz,0} + E_z\varepsilon_s\right)$$

In (17) ist $\varrho = \frac{1}{2} + \frac{1}{4k_0}$ einzusetzen [5] und entspricht dem Wert min ϱ in Fig. 5, da die Spannungsänderung praktisch mit der Zeitfunktion f (t) des Kriechens eintritt. Der normalerweise zwischen 1,2 und 1,7 schwankende Nenner läßt unmittelbar den Einfluß des Bewehrungsgehaltes und der Stahlanordnung im Querschnitt erkennen. Diese Formel (17) zur Bestimmung der sogenannten Spannkraftverlustes Z_φ infolge Kriechen und Schwinden bei einlagiger Vorspannung gilt auch für statisch unbestimmte Träger, sofern wie üblich der Bewehrungseinfluß [10] auf die Größe der Auflagerreaktionen zur Zeit $0 \le t \le \infty$ vernachlässigt wird. Mit Z_φ aus (17) ergibt sich nach Fig.7 die Spannungsänderung im Beton

$$(18) \qquad \sigma_b(t) - \sigma_{b0} = \sigma_{b\varphi} = -\frac{Z_\varphi}{F_b}\left(1 + y_{bz}\frac{F_b}{J_b}\cdot y_b\right)$$

und die nachträgliche Verdrehung des Querschnitts beträgt

$$(19) \qquad \vartheta_\varphi = \varphi\vartheta_{b0} - \frac{1}{E_b J_b} Z_\varphi\, y_{bz}(1+\varrho\varphi).$$

Literaturverzeichnis:

[1] C.E.B. - Empfehlungen zur Berechnung und Ausführung von Spannbetonbauwerken 1966

[2] Rüsch: Einfluß von Kriechen und Schwinden des Betons auf die Schnittgrößen und Spannungen, TH München 1966

[3] Guyon: Construction en béton précontraint, Paris 1966

[4] Trost: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme. Beton- und Stahlbetonbau 62 (1967) H.1o/11

[5] Zerna: Spannungs-DehnungsBeziehung für Beton bei einachsiger Beanspruchung. Franz - Festschrift Berlin 1969

[6] Pucher: Lehrbuch des Stahlbetonbaues. 3.Aufl.Wien 1961

[7] Hilsdorf: Versuchstechnische Probleme beim Studium der Verformungseigenschaften des Betons. Materialprüfung 5 (1963)

[8] Rüsch: Die wirklichkeitsnahe Bemessung für lastunabhängige Spannungen. Vorträge Betontag 1965, Wiesbaden.

[9] Trost/Wolff: Beanspruchungen in abschnittsweise hergestellten Spannbetontragwerken. Der Bauingenieur 45 (197o) H.5

[1o] Mehmel: Vorgespannter Beton. 2.Aufl. Berlin 1963

Zusammenfassung:

Zunächst wird eine zweckmässige Formänderungsbeziehung des Betons erörtert, die auf den in [1] enthaltenen physikalischen Grundlagen beruht und mit gleichartigen Kriech- und Relaxationsversuchen verglichen wird. Dann wird ihre baupraktische Anwendung zur Ermittlung der Verformungs- und Spannungsänderungen im Beton und Stahl an ausgewählten Beispielen erläutert. Hierbei läßt sich der Einfluß der Ausgangsparameter wie Kriechzahlen, Belastungsalter und Bewehrungsanordnung im Verbundquerschnitt übersichtlich verfolgen.

Summary:

An appropriate time-dependent constitutive relation for concrete, based on the physical principles described in Ref. 1, is first discussed and compared with suitable creep and shrinkage test results. The practical use of the relation for evaluating changes in stress and strain in concrete and steel is demonstrated by the use of selected structural examples. In this way the influence of various parameters, such as the creep coefficient, age at loading and arrangement of steel reinforcement in composite sections, can be clearly observed.

Résumé:

Il est avant tout analysé une relation utile de déformation-contrainte du béton provenant des principes physiques contenus dans [1] avec comparaison simultanée des essais de fluage et de relaxation. Alors on en explique son emploi pratique dans la construction par des exemples choisis afin de calculer les variations de déformation et de contrainte dans le béton et l'acier. De plus, l'influence des paramètres initiaux, comme les valeurs de φ, la date de la mise en charge et la disposition de l'armature dans la section mixte se font observer de manière simple et claire.