

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 5 (1970)

**Artikel:** Einfluss von Schwinden und Kriechen auf seilabgespannte Betonbalken

**Autor:** Bauer, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-6920>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 31.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Einfluss von Schwinden und Kriechen auf seilabgespannte Betonbalken**

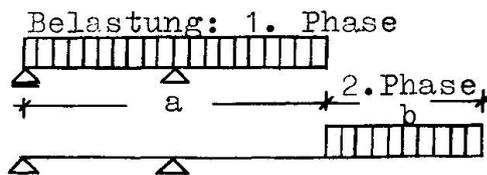
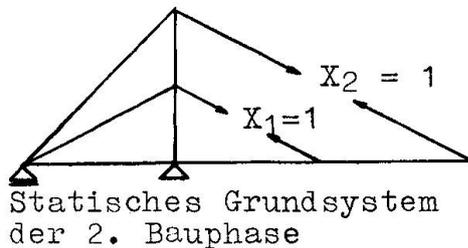
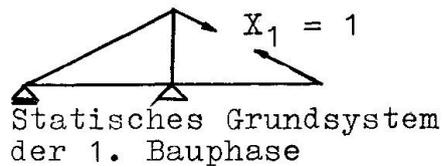
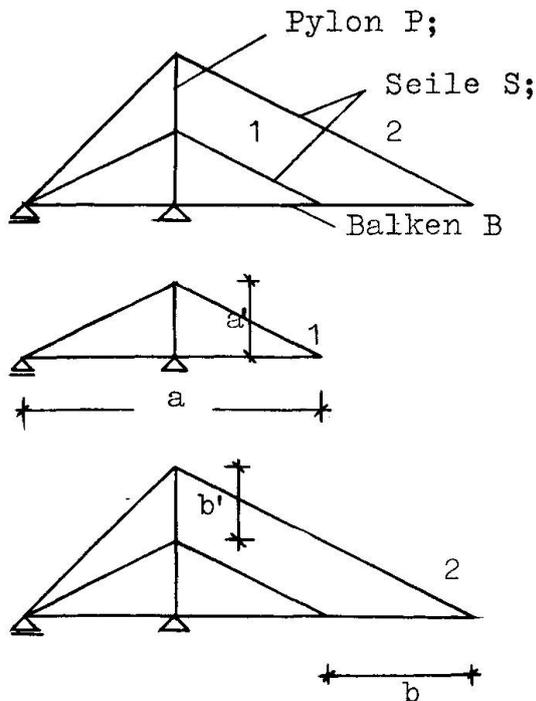
Influence of Shrinkage and Creep on Concrete Beams Suspended from Inclined Cables

Influence du retrait et du fluage sur les poutres en béton, suspendues par des câbles inclinés

**F. BAUER**

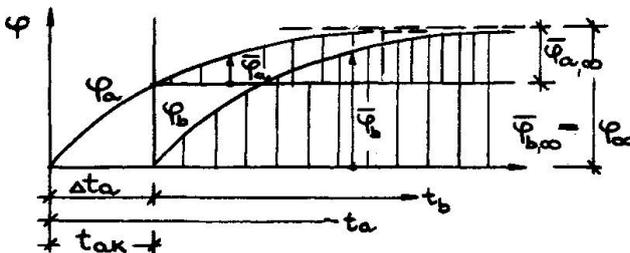
Dipl.Ing.Dr.techn.o.Prof.  
Technische Hochschule Graz  
Oesterreich

Werden Stahlbeton- oder Spannbetonbalken zur Erzielung großer Spannweiten mit Schrägseilen aus Stahl abgespannt, so treten durch die Kriecherscheinungen des Betons Veränderungen der Schnittkräfte infolge der ständigen Belastung auf. Zur Veranschaulichung der Verhältnisse wird ein einfaches, zweifach statisch unbestimmtes System gewählt. Die gewonnenen Ergebnisse werden dann verallgemeinert.



Die Seile gleiten am Pylon, sodaß im Pylon, wenn man von Reibungskräften absieht, keine Biegemomente entstehen. Das System wird abschnittsweise hergestellt, zuerst die Abschnitte a und a' und dann werden die Teile b und b' angefügt. Zwischen der Herstellung der Balkenteile a und b und auch der Pylonenabschnitte a' und b' bestehe die Zeitdifferenz  $\Delta t$ . Die gleiche Zeitdifferenz bestehe zwischen dem Zeitpunkt der Lastaufbringung bzw. dem Anspannen der Seile.

Der Beton habe in den Abschnitten a und b, bzw. a' und b' die gleichen Eigenschaften. Hinsichtlich der Kriechfunktion gelte:



Beginn des Schwindens und Kriechens falle mit dem Zeitpunkt der Lastaufbringung  $t_a=0$  bzw.  $t_b=0$  zusammen.

Die Kriechfunktion sei  $\varphi(t) = \varphi_{\infty} \cdot \zeta(t)$  und gelte für den ganzen Träger. Wenn die beiden Abschnitte a und b zum Zeitpunkt  $t_a = t_{ak}$  bzw.  $t_b = t_{bk}$  miteinander verbunden werden, so gelte für das nach diesem Zeitpunkt noch vorhandene Kriechvermögen

$$\bar{\varphi}(t) = \varphi(t) - \varphi(t_k)$$

für den Balkenabschnitt a  $\bar{\varphi}_a = \varphi_{\infty} [\zeta(t_a) - \zeta(t_{ak})]$

und für den Abschnitt b  $\bar{\varphi}_b = \varphi_{\infty} [\zeta(t_b) - \zeta(t_{bk})]$

Nun ist  $t_a = t_b + \Delta t_a$

$$\frac{\bar{\varphi}_a}{\varphi_b} = \frac{\zeta(t_a) - \zeta(t_{ak})}{\zeta(t_b)} = \frac{\zeta(t_b + \Delta t) - \zeta(\Delta t_a)}{\zeta(t_b)}$$

wird für  $\zeta(t) = 1 - e^{-\beta t}$  gewählt, so ist

$$\zeta(t + \Delta t) = 1 - e^{-\beta \Delta t} \cdot e^{-\beta t} = 1 - k e^{-\beta t}$$

$$\text{mit } k = e^{-\beta \Delta t}$$

und es wird  $\frac{\bar{\varphi}_a}{\varphi_b} = k_a = e^{-\beta \Delta t_a}$

Diese einfache Beziehung die eine weitere analytische Untersuchung bei Zeitdifferenzen der Abschnitte ermöglicht, wird nur mit dem Gesetz  $\zeta(t) = 1 - e^{-\beta t}$  erhalten. Für das Verhältnis  $\frac{\varphi_{\infty a}}{\varphi_{\infty b}}$

wird  $\frac{\varphi_{\infty a}}{\varphi_{\infty b}} = \gamma$  gesetzt.

Es werden nun folgende Belastungszustände untersucht:

- 1) Ständige Last  $g$
- 2) Zwangskräfte  $X_{1,z}$  (Seilverkürzungen)
- 3) Schwinden des Balkens und des Pylons

Am System der 1. Bauphase gilt:

$$\text{Belastung } X_1=1: \delta_{11} = \delta_{11,a} + \delta_{11,\dot{a}} + \delta_{11,s_1}$$

$$\text{Belastung } g: \delta_{1g} = \delta_{1g,a} + \delta_{1g,\dot{a}} \text{ (Momente und Längskräfte berücksichtigt)}$$

$$\text{Seilverkürzung (Zwang): } \delta_{1z} = \delta_{1z,s_1}$$

$$\text{Schwinden (affin zum Kriechen): } \delta_{1s} = \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a} \cdot \varphi_a$$

$\varphi_a$  ist die Kriechzahl des Bauabschnittes  $a$  von der Zeit der Lastaufbringung an gerechnet. Zum Zeitpunkt  $t_a=0$  ist:

$$X_{1g,0} = -\frac{\delta_{1g}}{\delta_{11}}; \quad X_{1z,0} = -\frac{\delta_{1z}}{\delta_{11}}; \quad X_{1s,0} = 0;$$

Die gegenseitige Verschiebung der Schnittufer bei 1 am statisch bestimmten Grundsystem ist nun bei Berücksichtigung der Kriecheinflüsse und unter Bedachtnahme darauf, daß die statisch unbestimmte Größe  $X_1$  zeitabhängig ist, da nur der Pylon und Balken, nicht aber die Seile kriechen:

$$\bar{\delta}_{1g+z+s} = \delta_{1g,a}(1+\varphi_a) + \delta_{1g,\dot{a}}(1+r\cdot\varphi_a) + \delta_{1z} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a} \cdot \varphi_a + \int_{\tau=0}^t \frac{dX_1(\tau)}{d\tau} \cdot \left\{ \delta_{11} + \delta_{11,a} [\varphi_a(t) - \varphi_a(\tau)] + \delta_{11,\dot{a}} \cdot r [\varphi_a(t) - \varphi_a(\tau)] \right\} d\tau$$

In jedem Zeitintervall  $dt_a$  muß die Klaffung verschwinden. Es muß somit  $\frac{d\bar{\delta}_1}{dt_a} \cdot dt_a = 0$  sein.

$$\frac{d\bar{\delta}_1}{dt} = \delta_{1g,a} \frac{d\varphi_a}{dt} + \delta_{1g,\dot{a}} \cdot r \cdot \frac{d\varphi_a}{dt} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a} \frac{d\varphi_a}{dt} + X_1(t_a) [\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}] \frac{d\varphi_a}{dt} + \frac{dX_1(t)}{dt} \cdot \delta_{11} = 0$$

Daraus erhält man die Diff.-Gleichung für  $X_1(t)$

$$\frac{dX_1}{d\varphi_a} + \frac{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}}{\delta_{11}} \cdot X_1 + \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}}}{\delta_{11}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a \cdot \delta_{11}} = 0$$

Die Lösung dieser Diff.-Gleichung ist

$$X_1 = C \cdot e^{-\lambda \varphi_a} - \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a}}{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}}; \quad \text{mit } \lambda = \frac{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}}{\delta_{11}}$$

$$\text{Zur Zeit } t_a=0 \text{ ist } X_1 = X_{1,0}; \text{ somit } C = X_{1g,0} + X_{1z,0} + \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a}}{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}}$$

Für die 1. Bauphase gilt:

$$X_1(t_a) = \left( X_{1g,0} + \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a}}{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}} + X_{1z,0} \right) \cdot e^{-\lambda \varphi_a} - \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a}}{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}} \quad (1)$$

Bringt man zum Zeitpunkt  $t_a=0$  eine Zwangskraft durch Verkürzung des Seiles 1  $X_{1z,0}$  auf, welche den Wert

$$X_{1z,0} = -X_{1g,0} - \frac{\delta_{1g,a} + r \cdot \delta_{1g,\dot{a}} + \frac{\delta_{1s,\infty}}{\varphi_a}}{\delta_{11,a} + r \cdot \delta_{11,\dot{a}}} \quad \text{hat,}$$

dann treten keine Schnittkraftumlagerungen im Balken auf, da der Wert in der Klammer der Beziehung (1) verschwindet. Führt man die

Bezeichnungen ein:

$$-\frac{\delta_{1g,a} + \gamma \cdot \delta_{1g,a'}}{\delta_{11,a} + \gamma \cdot \delta_{11,a'}} = \bar{X}_{1g} ; \quad -\frac{\delta_{1z,\infty}}{\delta_{11,a} + \gamma \cdot \delta_{11,a'}} = \bar{X}_{1z}$$

so wird

$$X_1(t_a) = (X_{1g,0} - \bar{X}_{1g} - \frac{1}{\varphi_{\infty}} \bar{X}_{1z} + X_{1z,0}) \cdot e^{-\lambda \varphi_a} + \bar{X}_{1g} + \frac{1}{\varphi_{\infty}} \bar{X}_{1z}$$

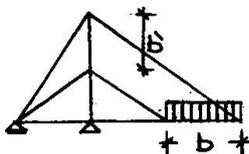
wobei  $\bar{X}_{1g}$  und  $\bar{X}_{1z}$  jene Werte sind, welche man als statisch überzählige Größen bei starrem Seil ( $\delta_{11,s} = 0$ ) erhielte. Für den Lastfall g allein würde dies die starre Stützung des Balkens (Durchlaufträger) bedeuten, wenn die Verformungen aus den Längskräften vernachlässigt werden. Der Zwang (Verkürzung), der aufzubringen wäre, um  $X_1$  zeitunabhängig zu erhalten ist

$$X_{1z,0} = \bar{X}_{1g} + \frac{1}{\varphi_{\infty}} \bar{X}_{1z} - X_{1g,0}$$

Alle Zustände, welche von diesem Zwang abweichen, werden bei diesem einfachen System nach der Funktion  $e^{-\lambda \varphi}$  abgebaut und die Überzählige nähert sich dem Wert  $\bar{X}_{1g} + \frac{1}{\varphi_{\infty}} \bar{X}_{1z}$ , wenn  $t_a \rightarrow \infty$  und  $\lambda \varphi_a \rightarrow \infty$  geht. Das heißt je größer das Kriechvermögen und je steifer die Seile sind, desto eher wird dies erreicht.

Nun zurück zum allgemeinen Fall. Zum Zeitpunkt  $t_a = t_{ak} = t_b = 0$  hat  $X_1$  den Wert  $X_{1,tka}$  erreicht, der aus (1) berechnet werden kann.

Für die zweite Bauphase, bei welcher im Balkenteil b und Pylonenteil b' die Belastung aufgebracht wird, erhalten wir



$$b \delta_{1g} = b \delta_{1g,a} + b \delta_{1g,a'} + b \delta_{1g,b} + b \delta_{1g,b'}$$

$$b \delta_{2g} = b \delta_{2g,a} + b \delta_{2g,a'} + b \delta_{2g,b} + b \delta_{2g,b'}$$

wobei diese Verformungswerte nur für die Belastung im Abschnitt b und b' am statisch bestimmten Grundsystem zu ermitteln sind.

Die Systemwerte am neuen statisch bestimmten Grundsystem

$$(a+b) \text{ sind: } \delta_{11} = \delta_{11,a} + \delta_{11,a'} + \delta_{11,b} + \delta_{11,b'} + \delta_{11,s1}$$

$$\delta_{12} = \delta_{12,a} + \delta_{12,a'} + \delta_{12,b} + \delta_{12,b'} + \delta_{12,s1}$$

$$\delta_{22} = \delta_{22,a} + \delta_{22,a'} + \delta_{22,b} + \delta_{22,b'} + \delta_{22,s2}$$

(3)

Für eine zusätzliche Verkürzung des Seiles 1 erhält man die Verformung  $\delta_{1z}$  und für eine Verkürzung des Seiles 2  $\delta_{2z}$ . Die Klaffungen infolge Schwinden als Funktion von  $\varphi$  bzw.  $t$  werden erhalten zu

$$\delta_{1z} = \frac{\varphi_a}{\varphi_{\infty}} (\delta_{1z,a} + \gamma \cdot \delta_{1z,a'}) + \frac{\varphi_b}{\varphi_{\infty}} (\delta_{1z,b} + \gamma \cdot \delta_{1z,b'})$$

$$\delta_{2z} = \frac{\varphi_a}{\varphi_{\infty}} (\delta_{2z,a} + \gamma \cdot \delta_{2z,a'}) + \frac{\varphi_b}{\varphi_{\infty}} (\delta_{2z,b} + \gamma \cdot \delta_{2z,b'})$$

(4)

$$\text{oder } \delta_{1s} = \frac{\bar{\varphi}_b}{\varphi_{b0}} [k_a \delta_{1s,a} + \gamma \cdot k_a \delta_{1s,\hat{a}} + \delta_{1s,b} + \gamma \delta_{1s,\hat{b}}]$$

$$\delta_{2s} = \frac{\bar{\varphi}_b}{\varphi_{b0}} [k_a \delta_{2s,a} + \gamma \cdot k_a \delta_{2s,\hat{a}} + \delta_{2s,b} + \gamma \delta_{2s,\hat{b}}]$$

Allgemein erhält man für ein n-fach statisch unbestimmtes System mit  ${}_b\delta_{ig}$  und  ${}_b\delta_{iz}$  als Belastungsglieder aus den Belastungen des zuletzt angefügten Abschnittes b die n Bedingungsgleichungen:

$$\sum_{k=1}^n X_k \cdot \delta_{ik} + {}_b\delta_{ig} + {}_b\delta_{iz} = 0 \tag{5}$$

aus welchen die Größen  ${}_bX_{1,0}$ ,  ${}_bX_{2,0}$  -----  ${}_bX_{n,0}$  bestimmt werden. Diese Werte sind den Werten  $X_{i,tka}$  ( $i=1,2 \dots$ ), welche am vorhergehenden System ermittelt wurden, hinzuzufügen. Diese Summe bildet dann die Anfangswerte zur Zeit  $t_b=0$  und diese Größen werden weiterhin  $X_{1,0}$ ,  $X_{2,0}$  -----  $X_{n,0}$  genannt.

Schreibt man die gegenseitigen Verschiebungen an den Schnittstellen  $i = 1$  und  $2$  für ein 2-fach statisch unbestimmtes System ( $n=2$ ) an, so erhält man nun für die Gesamtbelastung am Grundsystem als Funktion der Zeit bzw. von  $\bar{\varphi}_b$

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{1,g+s+z} = & \delta_{1g,a}(1+k_a\bar{\varphi}_b) + \delta_{1g,\hat{a}}(1+\gamma \cdot k_a\bar{\varphi}_b) + \delta_{1g,b}(1+\bar{\varphi}_b) + \delta_{1g,\hat{b}}(1+\gamma \cdot \bar{\varphi}_b) + \delta_{1z} + \frac{\bar{\varphi}_b}{\varphi_{b0}} [k_a \delta_{1s,a} + \\ & + \gamma \cdot k_a \delta_{1s,\hat{a}}] + \frac{\bar{\varphi}_b}{\varphi_{b0}} [\delta_{1s,b} + \gamma \delta_{1s,\hat{b}}] + \int_{\tau=0}^t \frac{dX_1}{d\tau} \delta_{11} \left\{ 1 + \frac{k_a \delta_{11,a} + \gamma \cdot k_a \delta_{11,\hat{a}} + \delta_{11,b} + \gamma \delta_{11,\hat{b}}}{\delta_{11}} [\bar{\varphi}_b(t) - \bar{\varphi}_b(\tau)] \right\} d\tau + \\ & + \int_{\tau=0}^t \frac{dX_2}{d\tau} \delta_{12} \left\{ 1 + \frac{k_a(\delta_{12,a} + \gamma \delta_{12,\hat{a}}) + \delta_{12,b} + \gamma \delta_{12,\hat{b}}}{\delta_{12}} [\bar{\varphi}_b(t) - \bar{\varphi}_b(\tau)] \right\} d\tau \end{aligned}$$

Differenziert man nach  $dt_b$ , so ergibt dies und Null gesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\delta}_1}{dt_b} = & [k_a(\delta_{1g,a} + \gamma \delta_{1g,\hat{a}}) + \delta_{1g,b} + \gamma \delta_{1g,\hat{b}}] \frac{d\bar{\varphi}_b}{dt} + \frac{1}{\varphi_{b0}} [k_a(\delta_{1s,a} + \gamma \delta_{1s,\hat{a}} + \delta_{1s,b} + \gamma \delta_{1s,\hat{b}}) + \frac{dX_1}{dt} \delta_{11} + \\ & + X_1 [k_a(\delta_{11,a} + \gamma \delta_{11,\hat{a}}) + \delta_{11,b} + \gamma \delta_{11,\hat{b}}] + \frac{dX_2}{dt} \delta_{12} + X_2 [k_a(\delta_{12,a} + \gamma \delta_{12,\hat{a}}) + \delta_{12,b} + \gamma \delta_{12,\hat{b}}] = 0 \end{aligned}$$

Führt man folgende Bezeichnungen, nun für ein n-fach statisch unbestimmtes System erweitert, ein

$$\begin{aligned} \delta_{ig}^* &= k_a(\delta_{ig,a} + \gamma \delta_{ig,\hat{a}}) + k_b(\delta_{ig,b} + \gamma \delta_{ig,\hat{b}}) + \dots \delta_{ig,\hat{z}} + \gamma \delta_{ig,\hat{z}} \\ \delta_{is}^* &= k_a(\delta_{is,a} + \gamma \delta_{is,\hat{a}}) + k_b(\delta_{is,b} + \gamma \delta_{is,\hat{b}}) + \dots \delta_{is,\hat{z}} + \gamma \delta_{is,\hat{z}} \\ \delta_{ik}^* &= k_a(\delta_{ik,a} + \gamma \delta_{ik,\hat{a}}) + k_b(\delta_{ik,b} + \gamma \delta_{ik,\hat{b}}) + \dots \delta_{ik,\hat{z}} + \gamma \delta_{ik,\hat{z}} \end{aligned} \tag{6}$$

so erhält man die n Diff.-Gleichungen

$$\sum_{k=1}^n \left( \frac{dX_k}{d\bar{\varphi}_b} \cdot \delta_{ik} + X_k \cdot \delta_{ik}^* \right) + \delta_{ig}^* + \delta_{is}^* = 0 \tag{7}$$

Der homogene Teil dieses Gleichungssystems wird erfüllt mit dem

$$\text{Ansatz } X_i = C_{im} e^{-\lambda_m \bar{\varphi}_b}; \quad \frac{dX_i}{d\bar{\varphi}_b} = -\lambda_m \cdot C_{im} \cdot e^{-\lambda_m \bar{\varphi}_b} \tag{8}$$

Dies in die vorhergehende Gleichung eingesetzt ergibt für den

$$\text{homogenen Teil die Gleichungsgruppe: } \sum_{k=1}^n C_{k,m} (-\lambda_m \delta_{ik} + \delta_{ik}^*) = 0 \tag{9}$$

Von Null verschiedenen Lösungen für  $C_{km}$  bestehen, wenn die Koeffizientendeterminante zu Null wird, mit

$$\det|\Delta^* - \lambda \Delta| = 0$$

$$\Delta^* = \begin{vmatrix} \delta_{11}^* & \delta_{12}^* & \dots & \delta_{1n}^* \\ \delta_{21}^* & \delta_{22}^* & \dots & \delta_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1}^* & \delta_{n2}^* & \dots & \delta_{nn}^* \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{vmatrix}$$

Aus dem Nullsetzen der Determinante folgen die  $n$  Eigenwerte  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  und mit ihnen aus dem homogenen Gleichungssystem die Verhältnisse der Koeffizienten zueinander  $\frac{C_{km}}{C_{im}}$ .

Dieses Verhältnis kann auch als Quotient von Minoren der Matrix des homogenen Gleichungssystems berechnet werden. Es ist

$$\frac{C_{km}}{C_{im}} = \frac{M_{ik}}{M_{ik}} = \frac{M_{ki}}{M_{ii}}, \quad \text{wobei } M_{ik} \text{ der zum Element-} \lambda_m \delta_{ik} + \delta_{ik}^* \text{ gehörende Minor der Matrix-} \lambda_m \Delta + \Delta^* \text{ ist. Eine partikuläre Lösung der Diff.-Gleichungen ist } X_i = D_i \text{ (zeitunabhängig), } \frac{dD_i}{dt} = 0. \text{ Die Größen } D_i \text{ müssen die Gleichungen erfüllen } \sum_{k=1}^n D_k \delta_{ik}^* + \delta_{i0}^* = 0 \quad (10)$$

und werden aus ihnen gewonnen.

Nun müssen noch die Konstanten  $C_{im}$  bestimmt werden, denn erst dann kann eine statisch überzählige Größe ermittelt werden.

$$X_i = C_{i1} e^{-\lambda_1 \bar{\varphi}_b} + C_{i2} e^{-\lambda_2 \bar{\varphi}_b} + \dots + C_{in} e^{-\lambda_n \bar{\varphi}_b} + D_i \quad (11)$$

Zur Zeit  $t_b=0$  erhält man aus dieser Gleichung mit  $\varphi_b=0$   $n$ -Bedingungsgleichungen  $X_{i,0} = \sum_{m=1}^n C_{im} + D_i \quad (12)$

aus welchen im Verein mit den schon bekannten Verhältnissen  $C_{im}/C_{km}$  alle  $C_{im}$  berechnet werden können.

Fragt man nun wieder nach einem Zustand, für welchen die Schnittgrößen durch Kriecherscheinungen nicht verändert werden, so müßte nach (11) jeweils  $C_{i1} e^{-\lambda_1 \bar{\varphi}_b} + C_{i2} e^{-\lambda_2 \bar{\varphi}_b} + \dots + C_{in} e^{-\lambda_n \bar{\varphi}_b} = 0$  sein. Diese Bedingung ist für alle  $t$ -Werte nur erfüllt, wenn die Konstanten  $C_{im}=0$  sind. Das heißt jedoch, daß dann nach (12)  $\bar{X}_{i,0}=D_i$  sein müßte. Da dies von vornherein aus dem Aufsummieren der einzelnen Bauzustände nicht der Fall sein wird, müssen zu den zur Zeit  $t_j=0$  vorhandenen Größen  $X_{i,0}$  noch Zwangskräfte (Vorspannkkräfte durch Seilverkürzungen)  $\bar{X}_{iz,0}$  hinzugefügt werden,  $\bar{X}_{iz,0}=D_i-X_{i,0}$  damit die Bedingung  $\bar{X}_{i,0}=D_i$  erfüllt ist. Diese Korrektur muß jedesmal beim Anfügen eines neuen Abschnittes vorgenommen werden und zwar so, daß die statisch unbestimmten Größen (Seilkräfte) die Werte  $D_i$  annehmen, die sich dann bis zum Hinzufügen des nächsten Abschnittes nicht ändern.

Betrachtet man den Sonderfall, daß zwischen den Bauabschnitten keine Zeitdifferenz besteht und nimmt man weiters an, daß der Pylon das gleiche Kriechvermögen wie der Balken aufweist, dann

erhält man  $\delta_{ik}^* = \delta_{ik, \text{Beton}}$  und  $\delta_{ig}^* = \delta_{ig, \text{Beton}}$  am ganzen System. Da in den Bedingungsgleichungen (10) die Verformungswerte der Abspannseile nicht aufscheinen, entsprechen die  $\delta_{ik, \text{Beton}}$  und  $\delta_{ig, \text{Beton}}$  Werte den Verformungsgrößen bei starren Seilen und Herstellung der Betonteile in einem Guß (Lehrgerüstzustand ohne Zeitdifferenz der einzelnen Teile). Die  $D_i$  sind dann die statisch überzähligen Seilkräfte bei starren Seilen. Durch Zwangskräfte (Vorspannkkräfte) kann dieser Zustand  $X_i = D_i$  erreicht werden, wenn  $X_{i,0} \neq D_i$  ist.

Berücksichtigt man in diesem Sonderfall nur die Verformungen aus den Momenten, dann werden die lotrechten Komponenten der Seilkräfte  $S_{i,L} = D_i$  infolge der ständigen Lasten den Auflagerkräften eines in den Aufhängepunkten der Seile starr gestützten Durchlaufbalkens gleich.

Bei den vorliegenden Untersuchungen wurde angenommen, daß der Elastizitätsmodul des Betons konstant bleibt. K. Sattler und G. Nitsiotas haben einen Weg gewiesen, wie ein Anstieg des E-Moduls berücksichtigt werden kann. Der Weg der Berechnung bleibt grundsätzlich gleich wie hier gezeigt, doch muß ein anderer Ansatz zur Lösung der ähnlich gebauten Differentialgleichungen gewählt werden. Zu sehr brauchbaren Näherungswerten kommt man, wenn man die Differentialgleichungen mit folgenden Ansätzen umgeht, aus welchen sich sehr einfach die zusätzlichen zeitlichen Änderungen der Überzähligen über bestimmte Zeiträume ermitteln lassen.

$$\delta_{ig}^* \bar{\varphi} + \frac{\delta_{ig}^*}{\varphi_{\infty}} \bar{\varphi} + \sum_{k=1}^{\infty} X_{k,0} \delta_{ik}^* \bar{\varphi} + \sum_{k=1}^{\infty} X_{kt} (\delta_{ik}^* \frac{\bar{\varphi}}{2} + \delta_{ik}) = 0$$

Auch hieraus sieht man, daß ein Zustand erreicht wird, dessen Schnittkräfte unverändert bleiben, wenn die Gleichungen

$$\delta_{ig}^* + \frac{\delta_{ig}^*}{\varphi_{\infty}} + \sum_{k=1}^{\infty} X_{k,0} \delta_{ik}^* = 0 \quad \text{erfüllt sind. (Siehe Gleichung (10)).}$$

$X_{i,t}$  bedeutet hier, abweichend von den früheren Untersuchungen, nur die zeitliche Veränderung von  $X_i$ , nicht den Gesamtwert.

Noch bessere Werte erhält man nach K. Sattler mit dem Ansatz

$$\delta_{ig}^* \bar{\varphi} + \frac{\delta_{ig}^*}{\varphi_{\infty}} \bar{\varphi} + \sum_{k=1}^{\infty} X_{k,0} \delta_{ik}^* \bar{\varphi} + \sum_{k=1}^{\infty} X_{kt} (\delta_{ik}^* \gamma \bar{\varphi} + \delta_{ik}) = 0$$

mit

$$\gamma = \frac{\bar{\varphi} - (1 - e^{-\bar{\varphi}})}{\bar{\varphi} (1 - e^{-\bar{\varphi}})} \approx 0,5 + 0,005 \bar{\varphi}$$

- Literatur: B.Baule: Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs, 3. Auflage Hirzel, Leipzig 1944  
 R.Zurmühl: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, 3. Auflage, Springer Berlin 1961  
 K.Sattler: Theorie der Verbundkonstruktionen, Wilhlem Ernst und Sohn, Berlin 1959  
 H. Schmitz und R.Jetter: Planung und Bauausführung der Schifffahrtsöffnungen der Maracaibo Brücke in Venezuela, Der Bauingenieur 1963, Seite 283  
 F.Bauer: Zeitliche Änderungen der Schnittkräfte infolge Kriecherscheinungen bei Herstellung eines Bauwerkes in Abschnitten, Der Bauingenieur 1966, Seite 133  
 G.Nitsiotas: Kriechen und Schwinden bei statisch unbestimmten Betonkonstruktionen mit Tragteilen aus Stahl, Ingenieur Archiv 1954, Seite 323  
 E.Dimel: Schrägseilbrücken aus Beton als Sonderfall vorgespannter Betonkonstruktionen, IV.FIP-Kongreß, Kongreßbericht, Bd. 1, Thema II, Paper 20, Seite 400

#### Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, wie die Einflüsse von Schwinden und Kriechen des Betons auf die Beanspruchung eines mit Schrägseilen abgespannten Stahlbeton- oder Spannbetonbalkens ermittelt werden können. Weiters wurde ermittelt, wie die Schrägseile zu spannen sind, um Spannungszustände im Betonbalken zu erhalten, welche durch die Schwind- und Kriecherscheinungen nicht verändert werden.

#### Summary

It was shown how to determine the effects of concrete shrinkage and creep on the stress exerted on reinforced or prestressed concrete beams suspended from inclined cables. It was further examined how the inclined cables must be tensioned to obtain states of stress in the concrete beam which are not changed by the shrinkage and creep phenomena.

#### Résumé

Il a été montré de quelle manière on peut déterminer les influences du retrait et du fluage du béton sur les efforts exercés dans les poutres en béton armé et en béton précontraint, suspendues par des câbles inclinés. En outre, il a été étudié de quelle manière les câbles inclinés doivent être tendus afin d'obtenir dans la poutre en béton, des états de tension, qui restent constants malgré les phénomènes de retrait et de fluage.