

Synopsis grundlegender Ansätze

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen des Statistischen Bureaus des Kantons Bern**

Band (Jahr): - **(1968)**

Heft 54

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

3 Synopsis grundlegender Ansätze

Ansatz	Nr.
Einfache lineare Regression und Korrelation	
<p>(1) Das Modell</p> $y = \alpha + \beta x + \varepsilon, \quad \text{bzw.} \quad (2)$ $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i. \quad (3)$	
<p>(2) Schätzverfahren</p> <p>Niveaunkonstante a:</p> $a = \bar{y} - b_{yx} \bar{x} \quad (7)$ <p>Regressionskoeffizient b:</p> $b_{yx} = \frac{S(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S(x_i - \bar{x})^2} = \frac{Sx_i y_i - \frac{1}{N}(Sx_i)(Sy_i)}{Sx_i^2 - \frac{1}{N}(Sx_i)^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (8), (10)$ <p>Regressionsgleichung:</p> $Y_i = \bar{y} + b_{yx}(x_i - \bar{x}), \quad \text{bzw.} \quad (11)$ $Y_i = a + b_{yx} x_i$ <p>Streuung der Einzelwerte:</p> $s_{yx}^2 = \frac{1}{N-2} \left\{ S_{yy} - \frac{S_{yx}^2}{S_{xx}} \right\} = \frac{1}{N-2} \left\{ S_{yy} - b_{yx} S_{yx} \right\} \quad (16)$ <p>Bestimmtheitsmass; Korrelationskoeffizient:</p> $B = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx} S_{yy}} = b_{yx} b_{xy} \quad (17), (18)$ $r = \sqrt{B}$	

(3) Prüfen von Hypothesen

Varianzanalyse:

Streuung	SQ	FG	DQ
Auf Regression	$b_{yx} S_{xy}$	1	$s_1^2 = b_{yx} S_{xy}$
Um Regression	$S_{yy} - b_{yx} S_{xy}$	$N - 2$	$s_2^2 = s_{yx}^2$
Insgesamt	S_{yy}	$N - 1$.

(21)

Niveaunkonstante a:

$$t = \frac{a - \alpha}{s_{yx}} \sqrt{N}, \quad \text{bzw. } t = \frac{a}{s_{yx}} \sqrt{N} \quad (24)$$

Regressionskoeffizient b:

$$t = \frac{b_{yx} - \beta}{s_{yx}} \sqrt{S_{xx}}, \quad \text{bzw. } t = \frac{b_{yx}}{s_{yx}} \sqrt{S_{xx}} \quad (25), (26)$$

Bestimmtheitsmass:

$$F = \frac{B S_{yy} (N - 2)}{S_{yy} (1 - B)} = \frac{B (N - 2)}{(1 - B)} \quad (27)$$

mit: $n_1^* = 1$ und $n_2^* = (N - 2) FG$

(4) Vertrauensgrenzen der Schätzung

Regressionsparameter:

$$a \pm t_P s_{yx} / \sqrt{N} \quad (32)$$

$$b \pm t_P s_{yx} / \sqrt{S_{xx}} \quad (31)$$

Regressionswerte Y_i :

$$s_Y^2 \sim s_{yx}^2 \left\{ \frac{1}{N} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right\}, \quad \text{bzw.} \quad (33)$$

$$Y_i \pm t_P s_Y \quad (34.2)$$

Ansatz	Nr.
<p style="text-align: center;">Einfache nichtlineare Regression</p> <p>(1) Transformation auf den linearen Fall</p> <p style="margin-left: 40px;">$Y = ab^x$, bzw. $\log Y = \log a + x (\log b)$</p> <p style="margin-left: 40px;">$Y = ax^b$, bzw. $\log Y = \log a + b (\log x)$</p> <p>(2) Mehrfache lineare Regression</p> <p style="margin-left: 40px;">$Y = a + b_1x_1 + b_2x_2$, mit: $x_1 = x$; $x_2 = x^2$</p> <p>(3) Orthogonale Polynome</p> <p style="margin-left: 40px;">$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_px^p$, bzw.</p> <p style="margin-left: 40px;">$Y = A_0 + A_1\varphi_1 + \dots + a_p\varphi_p$</p>	<p>(39)</p> <p>(40)</p> <p>(41)</p> <p>(42)</p>
<p style="text-align: center;">Mehrfache lineare Regression</p> <p>(1) Das Modell</p> <p style="margin-left: 40px;">$y = \alpha + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_px_p + \varepsilon$</p> <p>(2) Schätzverfahren</p> <p>Niveaunkonstante a (3 Variable):</p> $a = \frac{Sy_i - b_1Sx_{1i} - b_2Sx_{2i}}{N}$ <p>Regressionskoeffizienten:</p> $b_1 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} S_{x_1y} & S_{x_1x_2} \\ S_{x_2y} & S_{x_2x_2} \end{vmatrix}; \quad \text{bzw.} \quad b_2 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} S_{x_1x_1} & S_{x_1y} \\ S_{x_1x_2} & S_{x_2y} \end{vmatrix}$ <p>mit: $\Delta = \begin{vmatrix} S_{x_1x_1} & S_{x_1x_2} \\ S_{x_1x_2} & S_{x_2x_2} \end{vmatrix}$</p>	<p>(45)</p> <p>(50)</p> <p>(51)</p>

Ansatz	Nr.
<p>Bestimmtheitsmass (totales):</p> $B_T = \frac{1}{S_{yy}} \{b_1 S_{x_1y} + b_2 S_{x_2y}\}$	(54)
<p>(3) Prüfen von Hypothesen</p>	
<p>Varianzanalyse:</p> $F = \frac{\text{DQ (auf Regression)}}{\text{DQ (um Regression)}} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	(57)
<p>Partielle Regressionskoeffizienten:</p> $t = \frac{b_j - \beta_j}{s/\sqrt{c_{jj}}} = \frac{b_j - \beta_j}{s_{b_j}}$ <p>$n^* = (N - p - 1)$ FG</p>	
<p>Totale Bestimmtheit:</p> $F = \frac{B(N - p - 1)}{(1 - B)p}$ <p>mit: $n_1^* = p$ und $n_2^* = (N - p - 1)$ FG</p>	(58)
<p>Partielle Bestimmtheit:</p> $F = \frac{B(N - 2p)}{(1 - B)p}$ <p>mit: $n_1^* = p$ und $n_2^* = (N - 2p)$ FG</p>	(59)
<p>(4) Vertrauensgrenzen der Schätzung</p>	
<p>Partielle Regressionskoeffizienten:</p> $b_j \pm t_p s/\sqrt{c_{jj}}, \quad \text{bzw. } b_j \pm t_p s_{b_j}$	(75)
<p>Regressionswerte:</p> $Y \pm t_p s_Y; \quad s_Y^2 \text{ nach (60).}$	