

Mathematik und Wirtschaft im Unterricht

Autor(en): **Staub, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **30 (1943)**

Heft 14

PDF erstellt am: **14.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-542054>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

bung: Karu s s el l (zwei s, zwei l), Se c h z ehnen d er, Bo t anis i e rbüchse, Schwa d en, W e i mu t skiefer aber Weymouth, bes e e len aber bes e ligen, Flie ß papier, Ambo ß, selb s t ändig,

Ger i n n sel, Gewi n st, Gro s, Klö ß chen, Rei s, Rei s ig, Zit h er. Para l l el hat erst zwei l, am Ende ein l, in der Mittel steckt das Wörtchen alle.
A. N.

Mittelschule

Mathematik und Wirtschaft im Unterricht

A. Zur Behandlung im Unterricht, besonders an Handelsschulen, soll folgendes Beispiel angegeben werden, das zur Belebung der Analyse dienen kann.

Ein inländisches Monopolunternehmen produziere eine bestimmte Ware, die in einer festgesetzten Einheit (z. B. Gewichtseinheit) gemessen werde. Die Anzahl der verlangten Wareneinheiten, die Nachfrage dieser Ware, steht in funktionalem Zusammenhang mit dem Verkaufspreis pro Einheit. Dieser werde vom Monopolunternehmen den wechselnden wirtschaftlichen Bedingungen entsprechend festgesetzt. Er ist somit als die unabhängige Variable anzusehen. Es werde vorausgesetzt, dass sich bereits jener „Gleichgewichtszustand“ eingestellt habe, bei welchem Produktion und Nachfrage numerisch übereinstimmen. Die Funktionsgleichung zwischen Nachfrage und Preis nimmt eine besonders einfache Gestalt an, wenn es sich um einen Luxusartikel handelt. Dann entspricht nämlich erfahrungsgemäss in hinreichender Näherung einer konstanten Preiszunahme eine konstante Abnahme der Nachfrage. Im folgenden sollen variable Grössen durch deutsche, konstante Grössen durch lateinische Buchstaben unterschieden werden. Die Funktionsgleichung zwischen Nachfrage $\mathfrak{N}$ (bzw. Absatz) und Verkaufspreis p haben also voraussetzungsgemäss die Gestalt:

$$\mathfrak{N} = -bp + a,$$

wobei a und b positive Konstanten bezeichnen, deren Bedeutung sich folgendermassen ergibt: Wenn der Verkaufspreis gegen Null

strebt, nimmt die Nachfrage doch einen bestimmten endlichen Wert an, die sog. Sättigungsnachfrage N_0 . Andererseits verschwindet die Nachfrage bei einem bestimmten Preis, dem sog. Höchstpreis p_0 . Es ist somit:

$$a = N_0, \\ b = \frac{N_0}{p_0}.$$

Durch Vorgabe von Sättigungsnachfrage und Höchstpreis ist also der Funktionsverlauf eindeutig bestimmt, mithin gerade durch zwei Punkte.

Das Monopolunternehmen produziere die Wareneinheit mit den konstanten Kosten k , so dass $(p-k)$ der Gewinn pro Wareneinheit ist. Somit ergibt sich der Gesamtgewinn $\mathfrak{G}$ der verlangten Produktionsmenge $\mathfrak{N}$ zu:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{N}(p-k) = (a-bp) \cdot (p-k), \\ \text{oder: } \mathfrak{G} = -bp^2 + (a+bk)p - ak.$$

Diese Funktionsgleichung ist also im Preis quadratisch. Hier kann nun eine erste Formdiskussion der Parabel in allgemeinerer Lage einsetzen. Dabei kann der Begriff des mittleren Steigungsmasses und damit des Steigungsmasses in einem Kurvenpunkt (Ableitung!) in zwangloser Weise eingeführt und dessen Berechnung durchgeführt werden.

Der Grenzprozess, am bestimmten Beispiel durchgeführt, bietet ja weniger Schwierigkeiten, als wenn er in voller Allgemeinheit vorgenommen wird. Der Schüler wird sofort bemerken, dass das Steigungsmass für verschiedene Argumentwerte verschieden gross ausfällt und für den Höchstpunkt den Wert „Null“ besitzen muss. Damit stellt sich auch

ungezwungen die Frage nach jenem Preis, für welchen der Gewinn das Maximum ergibt.

Dieser wirtschaftliche Preis p_1 bestimmt sich aus der Bedienung:

$$\frac{dG}{dp} = 0.$$

Daraus:

$$p_1 = \frac{a + bk}{2b}.$$

Die dabei abgesetzte Menge N_1 ergibt sich aus:

$$N_1 = a - b p_1 = \frac{a - bk}{2}.$$

Nun werde das inländische Monopolunternehmen von einem Auslandunternehmen in freier Weise konkurrenziert. Die dabei von letzterem angebotene und voraussetzungsgemäss auch abgesetzte Menge $\mathfrak{A}$ ist natürlich eine Funktion des Inlandpreises p , und zwar wird $\mathfrak{A}$ mit wachsendem Preis p zunehmen. Bei einem bestimmten Minimalpreis wird selbstverständlich dieses Auslandsangebot verschwinden. Nehmen wir an, dass die Zunahme des Angebotes mit steigendem Preis gleichmässig erfolge, so nimmt die Funktionsgleichung zwischen dem Auslandsangebot $\mathfrak{A}$ und dem Inlandpreis p folgende Gestalt an:

$$\mathfrak{A} = dp - c,$$

wobei d eine positive Konstante ist, c wohl auch positiv anzunehmen ist.

Von Interesse wird jene Preislage sein, bei welcher der Absatz des inländischen Monopolisten dem Absatz des Auslandunternehmens im Inland gleichen wird. Dieser Preis bestimmt sich als Abszisse des Schnittpunktes zweier Geraden.

Von grösserer Wichtigkeit ist natürlich jener wirtschaftliche Preis, der sich nach freigegebener Einfuhr ergibt. Die dann beim Monopolunternehmen nachgefragte Menge $\mathfrak{N}'$ ist gleich:

$$\mathfrak{N}' = \mathfrak{N} - \mathfrak{A} = (a + c) - (b + d)p.$$

Der Gewinn ist dann gleich:

$$G' = [(a + c) - (b + d)p](p - k).$$

Der wirtschaftliche Preis p_2 nach geöffneter, freier Einfuhr ergibt sich durch die Bedingung:

$$\frac{dG'}{dp} = 0$$

zu:

$$p_2 = \frac{(a + c) + (b + d)k}{2(b + d)}.$$

Die dann vom Monopolunternehmen abgesetzte Menge N_2' bestimmt sich nach der Formel:

$$\begin{aligned} N_2' &= (a + c) - (b + d)p_2 \\ &= \frac{(a + c) - (b + d)k}{2}. \end{aligned}$$

Entsprechend ist die vom Ausland eingeführte Menge N_2'' gegeben durch:

$$\begin{aligned} N_2'' &= -c + dp_2 \\ &= -c + d \frac{(a + c) + (b + d)k}{2(b + d)}. \end{aligned}$$

Der Reingewinn des Monopolisten ist vor Oeffnung der Einfuhr:

$$G_1 = (p_1 - k)N_1.$$

nach Oeffnung der Einfuhr nur noch:

$$G_2' = (p_2 - k)N_2'.$$

Auf diese Weise lässt sich der Rückgang ($G_1 - G_2'$) des Reingewinnes berechnen.

In solcher und ähnlicher Art können weitere Fragestellungen je nach Belieben angeschlossen werden.

Die Zweckmässigkeit des angeführten Beispiels für den Unterricht besteht in folgendem: Zunächst gestattet es, die Gerade in praktischer Anwendung und damit verknüpfte einfache Problemstellungen zu behandeln. Dazu vermittelt es einen „organischen“ Uebergang von der linearen zur quadratischen Funktionsgleichung. Auch kann der Begriff des Steigungsmasses einer Kurve in ungezwungener Weise eingeführt, und dessen fundamentale Bedeutung für Extremalprobleme aufgezeigt werden. Zudem lehrt es, wie grundsätzlich Fragestellungen der Praxis und der beschreibenden mathematischen Disziplin einander zu beidseitigem Vorteil befruchten können.

B. Aus der Verkehrsrechnung sei folgendes Beispiel gewählt, das sich für die Unterrichtspraxis eignen dürfte.

Die „Verkehrsintensität“ innerhalb eines abgegrenzten Gebietes wird vom Fahrpreis in bestimmter Weise abhängig sein. Wir können dieselbe z. B. durch die sog. „Fahrlust“ charakterisieren, d. h. durch die Anzahl der gereisten Kilometer, die für eine bestimmt gewählte Zeitspanne im Mittel auf die Person entfallen. Wir wählen somit als Abszisse den Fahrpreis pro Kilometer (Tarif), als Ordinate die Fahrlust. Trägt man einige empirisch festgestellte Wertepaare ein, so liegen die zugehörigen Punkte in erster Näherung auf einer Geraden. Die Funktionsgleichung zwischen Fahrlust ξ und Tarif p hat folgende Gestalt:

$$\xi = ap + b.$$

Ist der Tarif gleich Null, so wird die Fahrlust am grössten sein; diese ist gegeben durch die Konstante b . Die Fahrlust kann so normiert werden, dass man der maximalen Fahrlust die Masszahl 1 zuordnet. Es ist dann:

$$\xi = ap + 1.$$

Jener Wert von p , bei welchem die Fahrlust gleich Null wird, heisst der „Grenztarif“ p_0 . Es gilt also:

$$0 = ap_0 + 1 \text{ oder } a = -\frac{1}{p_0}.$$

Somit:

$$\xi = -\frac{1}{p_0} \cdot p + 1.$$

Beim Tarif p gibt nun jede Person durchschnittlich den Betrag:

$$\chi = \xi \cdot p = -\frac{1}{p_0} p^2 + p$$

aus.

Die Bedingung:

$$\frac{d\chi}{dp} = 0$$

liefert den wichtigen „optimalen Tarif“ p^0 . Man findet:

$$p^0 = \frac{p_0}{2}.$$

Der optimale Tarif ist also unter den angegebenen Voraussetzungen gleich dem halben Grenztarif.

C. Es sei weiter ein Beispiel aus der Erlösrechnung angedeutet.

Ein Unternehmen hat bei verschiedenem Beschäftigungsgrad verschiedene Kosten und Absatzerlöse aufzuweisen. Wir wählen als Abszisse den Beschäftigungsgrad in Bruchteilen der Vollbeschäftigung. Letzterer ordnen wir den Abszissenwert Eins zu. Mittelt man die dabei auftretenden Kosten- und Erlöskurven aus, so erhält man Kurven, die sich, wie die Praxis zeigt, durch schwach gekrümmte Parabelbogen ersetzen lassen. Den Verlauf jeder dieser Kurven wird man zweckmässig durch die Ordinatenwerte y_0, y_1, y_2 für die Beschäftigungsgrade: 0, $\frac{1}{2}$ und Vollbeschäftigung 1 bestimmen. Wir ermitteln also zunächst die Gleichung der Parabel durch die bekannten Punkte P ($0, y_0$), Q ($\frac{1}{2}, y_1$) und R ($1, y_2$). Die Gleichung der Parabel ist von der Form:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

wobei sich die Konstanten a, b, c , aus den bekannten Grössen y_0, y_1, y_2 nach den Formeln bestimmen:

$$a = 2y_0 - 4y_1 + 2y_2$$

$$b = 3y_0 + 4y_1 - y_2$$

$$c = y_0.$$

Im Anschluss an diese Aufgabe könnte zweckmässig die Interpolation behandelt werden.

Die Erlösparabel ist erfahrungsgemäss nach oben schwach konvex, die Kostenkurve hingegen nach oben schwach konkav gekrümmt. Die Lage der Kostenparabel wird beim arbeitsorientierten Betrieb eine andere sein als beim mechanisierten Betrieb, da die sog. festen Kosten (d. h. die Kosten beim Beschäftigungsgrad 0) beim mechanisierten Betrieb höher liegen werden als beim arbeitsorientierten Betrieb. Von Wichtigkeit für das Unternehmen ist jener Schnittpunkt der beiden zugehörigen Parabeln (sog. „kritische Punkt“), dessen Abszisse jenem

Beschäftigungsgrad entspricht, bei welchem das Unternehmen ohne Gewinn und Verlust arbeitet.

Beim Vergleich des arbeitsorientierten mit dem mechanisierten Betrieb ist der sog. „Wahlpunkt“ von grosser praktischer Bedeutung. Das ist jener Beschäftigungsgrad, bei welchem der arbeitsorientierte und der mechanisierte Betrieb den gleichen Gewinn abwerfen. Bei geringerem Beschäftigungs-

grad erzielt der arbeitsorientierte, bei höherem Grad der Beschäftigung der mechanisierte Betrieb den grösseren Gewinn. Die Kenntnis des Wahlpunktes ist für die Entscheidung der Fragen notwendig, welche Betriebsart man bei Neueinrichtung wählen soll, bzw. ob eine Umwandlung der bestehenden Betriebsart empfehlenswert sei.

Zug.

A. Staub.

Umschau

Arbeitsbeschaffung für stellenlose Lehrer

Unter dem Vorsitz von Bundesrat Etter trat am 28. Oktober die vom eidgenössischen Departement des Innern bestellte Expertenkommission zur Prüfung von Massnahmen für die Arbeitsbeschaffung zugunsten von stellenlosen Lehrern und Lehrerinnen zu ihrer ersten Sitzung zusammen. Anlass zur Bestellung dieser Expertenkommission gab ein vom Nationalrat erheblich erklärtes und vom Bundesrat zur Prüfung entgegengenommenes Postulat von Nationalrat Roth. Die Kommission, die aus Vertretern der schweizerischen Lehrervereinigungen und der kantonalen Erziehungsdirektorenkonferenz besteht, wird unter dem Vorsitz des Vorstehers des Sekretariats des eidgenössischen Departements des Innern, Du Pasquier, ihre Arbeiten weiterführen und zuhanden dieses Departements sowie der kantonalen Erziehungsdirektorenkonferenz einen Bericht mit entsprechenden Vorschlägen ausarbeiten.

Schweiz. Volkstheaterkurs in Rheinfelden (3.—9. Oktober.)

Die Veranstalter des Kurses waren die Gesellschaft für schweizerische Theaterkultur, die Schweizerische Vereinigung für Heimatschutz und die Schweizerische Trachtenvereinigung. Die Leitung hatte Dr. Oskar Eberle inne, der verdiente Förderer unseres Volkstheaters. Ihm zur Seite stand der bekannte Volksspielleiter und Kunstmaler August Schmid. Fräulein Louise Witzig, Sekretärin der Schweizerischen Trachtenvereinigung, übte die Volkstänze ein. Zu den Teilnehmern aus der ganzen deutschen Schweiz gesellten sich, was hervorgehoben werden darf, auch eine Anzahl Lichtensteiner. Mit Genugtuung konnte festgestellt werden, dass weit über die Hälfte der Anwesenden dem Lehrerstande angehörten. Und zwar war hier vornehmlich das Land vertreten, wo ja der Lehrer an

vielen Orten zum kulturellen Kernpunkt des Dorfes gezählt wird.

Ennet dem Rhein ertönten eben die Alarmsirenen, als Dr. Eberle die 30 Teilnehmer im historischen Rathausaal begrüßte. Hier: Mitten im Kriege wagen einige Schweizer — getragen von Liebe und Begeisterung, die sie über materielle Opfer hinwegsehen lassen — in einem bescheidenen Anfange wertvolles, altes Volksgut zu heben, zu befestigen, zu vertiefen und auszubauen. — Dort: Der Geist des Menschen sucht angestrengt nach Mitteln, wie das mit Sorgfalt, Fleiss und Liebe erarbeitete und aufgerichtete Kulturgut am geeignetsten zu vernichten sei. Wenn nun unser Hauptreferent in seinen klaren und grundsätzlichen Vorträgen den erzieherischen Wert des Volkstheaters besonders betonte, ist das sicher ein Beweis für die Wichtigkeit dieses Kulturfaktors. Der Kurs kommt einer — sagen wir einmal — Liebhaberei der Menschen, vorzüglich aber unseres Volkes entgegen. In keinem Lande wird ja so eifrig und leidenschaftlich vom Volke Theater gespielt wie in der Schweiz. Das kann nicht bloss Liebhaberei sein. Dr. Eberle verstand es dann in der Folge auch ausgezeichnet, darzustellen, dass das Spielen einem tiefen Bedürfnis des Menschen entspricht. Er wies nach: Das Theater war ursprünglich Laienspiel und geht in seinen Anfängen zurück auf das griechische Frühlingspiel des Dionysos. Die ersten christlichen Spiele waren Krippen- und Passionsspiele. Hier wie dort lagen also religiöse Motive zugrunde. Das ganze Volk spielte. Auch heute sollen die Darsteller immer wieder aus dem Volke kommen; also Volk spiele für Volk! Wie schon der religiöse Ursprung zeigt, dient der Schauspieler im Volkstheater einem hohen Ziel. Wird nun in einer Demokratie das gute Spiel fleissig gepflegt und gefördert, so ist dies ein Zeichen gesunder Kultur. Es zeugt vor allem für die seelische Gesundheit des Volkes, das noch bereit ist, das Seelisch-Urtümliche, Göttliche zu erleben.