

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 30 (1943)
Heft: 10

Artikel: Zahlbilder als Ziffern in alten Kulturen
Autor: Fettweis, Ewald
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-542014>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZER SCHULE

HALBMONATSSCHRIFT FÜR ERZIEHUNG UND UNTERRICHT

OLTEN + 15. SEPTEMBER 1943

30. JAHRGANG + Nr. 10

Zahlbilder als Ziffern in alten Kulturen

Manche Lehrer stellen auch heute noch im ersten Rechenunterricht Aufgaben wie $2+3=5$, $5-2=3$, $7=4+3$ zunächst dadurch schriftlich dar, dass sie die aus Strichen oder Punkten bestehenden Zahlbilder für 2, 3, 4, 5, 7 durch die Rechenzeichen $+$, $-$, $=$ miteinander verbinden. Die Zahlbilder treten also, wenigstens wenn dem Verfahren ein richtiger Sinn unterschoben wird, als Ziffern auf. Während die einen Methodiker dieses Verfahren ausgiebig benützen und sogar an Stelle der einfachen Punkte und Striche Bilder von Äpfeln, Birnen, Kirschen, Kirchtürmen usw. setzen, verurteilen die anderen es in Bausch und Bogen und bezeichnen es sogar als sinnlos, ja als „geradezu sinnwidrig“.

Die Entwicklung der Geschichte der Mathematik kann, wenn auch nur unter Anwendung grosser Vorsicht, dem Didaktiker Winke geben hinsichtlich der Berechtigung und des Wertes einer eingeschlagenen Methode, und da ist es denn in unserem Fall von Interesse, festzustellen, dass Zahlbilder als Ziffern in der Entwicklung der mathematischen Wissenschaft innerhalb der Gesamtmenschheit eine grosse Rolle gespielt haben.

In den ältesten Zeiten hat die gesamte Menschheit mit Stäbchen, Steinchen und ähnlichen Dingen sowie an den Fingern gerechnet. An den Fingern rechnen noch heute die meisten Naturvölker, aber auch viele erwachsene ungebildete Angehörige wohl aller heutigen Kulturvölker. Stäbchen benutzten in alter Zeit zum Rechnen die Chinesen, dann aber sicher auch die Sumerer, Babylonier,

Aegypter, Römer, Griechen sowie arische Völkerschaften in Indien; Steinchen und ihnen äusserlich ähnliche Dinge waren in Gebrauch bei den Römern, Griechen, im europäischen Mittelalter, bei den Azteken und Maya in Amerika; die Finger benutzen u. a. noch heute die später zu erwähnenden, wohl zu den Halbkulturvölkern zu zählenden Zuniindianer in Neumexiko.

Von diesen Anschauungsmitteln aus geschah nun, indem man sie aufzuzeichnen versuchte, der Uebergang zu den Zahlbildern.

Von den Chinesen ist erwiesen, dass sie erst im dreizehnten Jahrhundert nach Christus von der Darstellung ihrer Zahlen mit Hilfe wirklicher Bambusstäbchen zu ihrer Darstellung mit Hilfe von ebensoviel Strichen auf Papier übergingen. Bei den Maya und Azteken in Amerika wurde noch, als die Spanier dorthin kamen, die Zahlveranschaulichung mit wirklichen Kakaobohnen und die Zahldarstellung durch zeichnerische Anordnung dieser Kakaobohnen als Punkte in Form von Zahlbildern nebeneinander benutzt. Selbst die Entwicklung zu Gebilden, die wir heute bei uns allein als „Ziffern“ bezeichnen, lässt sich an Hand der Zahlbilder beobachten. Die Maya-indianer stellten die 1 bzw. eine Kakaobohne durch einen Punkt in ihren Schriften dar, die Zahlen 2, 3, 4 wurden dann durch 2, 3 und 4 in gleichen Abständen voneinander horizontal nebeneinander aufgezeichnete Punkte dargestellt. Offenbar, weil das Aufzeichnen von 5 und mehr derartigen Punkten schon sehr umständlich gewesen und auch unübersichtlich geworden wäre, zeichneten sie nun für

„5“ eine horizontale Linie bzw. ein horizontal liegendes Stäbchen, für „6“ ein derartiges Stäbchen und mitten darüber einen Punkt, für „7“ zwei regelmässig horizontal über dem Stäbchen angeordnete Punkte, usw. bis zu „19“, welchen Wert sie durch drei horizontal übereinander liegende einander gleiche Stäbchen und vier noch darüber gleichmässig horizontal angeordnete Punkte ausdrückten. Die Maya rechneten nämlich mit einem Zwanzigersystem und hatten infolgedessen zur Darstellung ihrer Zahlen 19 Ziffern und die Null nötig, ebenso wie wir im Zehnersystem 9 Ziffern und die Null brauchen. Auffälliger tritt der Uebergang von den Zahlbildern zu den Gebilden, die wir nur als „Ziffern“ gelten lassen möchten, bei den oben erwähnten Zuniindianern hervor. Der Zuni stellt das eine uns hier interessierende seiner beiden Ziffernsysteme dar, indem er die an den Fingern veranschaulichten Zahlenwerte auf Kerbhölzer einschneidet. Die „5“ veranschaulicht er nun an den Fingern, indem er bei vollständig geöffneter Hand den Daumen möglichst weit von den übrigen vier aneinander gelegten Fingern abstreckt. Das hat dann auf dem Kerbholz zu einem genau mit der römischen V übereinstimmenden Gebilde geführt. Auffälliger ist aber noch die gekerbte „10“. Um „10“ an den Fingern darzustellen, muss nämlich der Zuni an jeder seiner Hände „5“ darstellen und dann die beiden Daumen miteinander kreuzen. Letzteres ist besonders wichtig und gibt der Geste auch dann schon die Bedeutung „10“, wenn dabei die übrigen Finger jeder Hand eingeknickt sind. Sind die Daumen nicht gekreuzt, so fasst der Zuni die Geste nicht als „10“, sondern als zwei Fünfer auf. Infolgedessen hat sich die Aufmerksamkeit derart auf die Kreuzung der Daumen als Hauptsache konzentriert, dass sie allein auf dem Kerbholz dargestellt wird, und so entsteht dort das genaue Bild der römischen Ziffer „X“. Man hat auch schon versucht, die Entstehung wenigstens einiger unserer sogenannten arabischen Ziffern aus stäbchenförmigen

gen Zahlbildern zu erklären, aber das sind leider Spielereien, für die die wissenschaftliche Begründung fehlt.

Sowohl am Euphrat und Tigris schon im vierten Jahrtausend vor Christus als auch am Nil im dritten Jahrtausend vor Christus bestanden die Ziffern von 1 bis 9 aus gar nichts anderem als aus zueinander parallel laufenden senkrechten gleich langen Strichen. Am Euphrat und Tigris waren diese oben etwas verdickt, daher der Name Keilschrift. Die zueinander parallel laufenden senkrechten, gleich langen Striche wurden gern in Gruppen von zweien, dreien oder vierten neben- bzw. übereinander angeordnet. Dabei ging dann die grössere Gruppe der kleineren im Sinne der Schrift voraus. Offenbar sollte dies alles gerade wie bei unseren strichförmigen Zahlbildern einer Erleichterung der Uebersicht dienen. In den uns erhaltenen Schriften der Aztekenindianer werden die Zahlen von 1 bis 13 durch gleichartige Punkte in Gestalt von Zahlbildern dargestellt. Die Anordnung der Punkte ist dabei noch in den verschiedenen Schriften verschieden; in einem Fall sind die Punkte gruppenförmig angeordnet, in anderen Fällen reihenförmig, wobei die Reihen aber mitunter bis zu zweimal nach derselben Seite hin rechtwinklig umgebogen sind und ferner manchmal, offenbar auch aus Veranschaulichungsgründen, nach je fünf, mitunter schon nach vier Punkten, eine kleine nicht ganz punktbreite Unterbrechung tragen.

Bei verschiedenen Völkern erhalten diese Zahlbilderziffern auch schon Stellenwert. Die aus der Rechnung mit Bambusstäbchen hervorgegangenen strichförmigen Stäbchenziffern der Chinesen, — sie haben und hatten auch noch andere Ziffernschriften — werden in einem Stellenwertsystem mit der Basis „10“ und einer kreisförmigen Null gebraucht, so dass also z. B. vier parallele gleich lange Striche in vertikaler Stellung, rechts daneben drei in horizontaler Stellung, dann wieder fünf in vertikaler Lage, schliesslich eine Null, zusammen die Zahl 4350 bedeuten. Die Maya

schrieben mit ihren schon vereinfachten Zahlbildern die Zahlen mit Stellenwert im Zwanzigersystem von unten nach oben, also vertikal und setzten auf die unterste Stelle die Einer, darüber die Zwanziger, darüber die Vierhunderter, darüber die Achttausender usw. Eine Zahl, die auf der untersten Stelle 2 Punkte hatte, darüber einen horizontalen Strich mit zwei Punkten und darüber wieder 4 Punkte, bedeutete also den Wert „ $4 \times 400 + 7 \times 20 + 2 = 1742$ “. In ihren Kalenderrechnungen allerdings — und fast nur solche scheinen uns erhalten zu sein — bedeutete jede Einheit der dritten Stelle nicht 20 Einheiten der zweiten Stelle, sondern, um auf dieser Stelle möglichst nahe an 365 heranzukommen, nur 18 Einheiten der zweiten Stelle. Eine Einheit der vierten Stelle bedeutete aber auch dann 20 Einheiten der dritten Stelle, eine Einheit der fünften Stelle 20 Einheiten der vierten Stelle usw.

Mit den stäbchenförmigen Zahlbildziffern sind in Ostasien tatsächlich die ausführlichsten Rechnungen vorgenommen worden. Selbst die merkwürdigen schweren japanischen Rechenmethoden und mathematischen Entdeckungen stellte man darin dar. Die Mayaindianer haben in ihren kalendarischen, astronomischen und astrologischen Ueberlegungen Zahlen bis in die Millionen und Milliarden hinein gegeneinander verrechnet. Sie haben dabei die Zahlen in der angegebenen Art mit Zahlbildern, welche Stellenwert hatten, geschrieben und dabei manches genau so gemacht wie wir es tun, so z. B. das schriftliche Subtrahieren mit Leihen einer Einheit auf der nächsthöheren Stelle. In Mesopotamien benutzte man die oben angegebenen Zahlbilder von 1 bis 9 zusammen mit einem Zeichen für 10, das aussieht wie ein Winkelhaken, zum Schreiben der Zahlen nach einem Stellenwertsystem mit der Basis 60. Von der Zahl 59 ab, deren Bild aus 5 Winkelhaken und dem Zahlbild für 9 bestand, begann das Stellen-

wertschreiben. Das aus 4 vertikalen Strichen bestehende Zahlbild, links daneben dasjenige aus 9 und daneben das aus 5 vertikalen Strichen bedeutete tatsächlich den Wert „ $4 \times 3600 + 9 \times 60 + 5 = 14945$ “. Das Schreiben in diesem Sechzigersystem war allerdings nicht ganz leicht, weil ein Zeichen für „Null“ fehlte. Nur mit diesen Zahlbildern einschliesslich des erwähnten Winkelhakens hat man in Mesopotamien während der ganzen Keilschriftperiode alle schriftlichen Rechnungen durchgeführt, zu denen ja Tontäfelchen benutzt wurden. Rechnungen wie $5 + 3 = 8$, $6 - 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$, $6 : 2 = 3$, ja selbst $3^2 = 9$, nur mit Zahlbildern niedergeschrieben, die dann durch die fraglichen Operationshinweise miteinander verbunden wurden, waren also damals in Mesopotamien etwas Selbstverständliches. Auf einem alten Tontäfelchen stehen z. B. die zweiten und dritten Potenzen der Zahlen von 1 bis 60 ausgerechnet. Dabei sind ausser dem Winkelhaken nur die Zahlbilder verwandt und durch Zeichen für die zweite bzw. dritte Potenz zueinander in Beziehung gesetzt. Bei der Gleichung „ $5^3 = 125$ “ kommen z. B. nur Zahlbilder vor, der Winkelhaken fehlt ganz. Das nämliche gilt für die Gleichung „ $8^2 = 64$ “. In der Gleichung „ $19^2 = 361$ “ sind neben einem Winkelhaken (die 10 von 19) nur die Zahlbilder für 9, 6, 1 ($360 = 6 \times 60$) zueinander in Beziehung gesetzt, in der Gleichung „ $32^3 = 32768$ “ ausser drei Winkelhaken ($30 = 3 \times 10$), deren Darstellung man schliesslich auch als Zahlbild ansprechen darf, nur die Zahlbilder für 2, 6, 8, 9. Auch die alten Ägypter haben mit ihren hieroglyphischen Zahlbildziffern tatsächlich Rechnungen schriftlich ausgeführt. Dies gilt z. B. für die sämtlichen dokumentarischen Rechnungen auf den Mauern des Tempels von Edfu in Oberägypten gegen 300 vor Christus. Da steht unter sehr vielen anderen die Gleichung

„ $\frac{16+15}{2} \cdot \frac{4+3\frac{1}{2}}{2} = 58\frac{1}{8}$ “. Dabei sind die Werte 3, 4, 8 in der besprochenen Weise geschrieben, während zur Darstellung der 5 und 6 das aus 5 Strichen zusammengesetzte Bild der ausgespreizten Hand mit verwandt wird. An anderen Stellen in den gleichen Dokumenten ist auch die „5“ durch 5 vertikale Striche geschrieben. Aus der hieroglyphischen Schrift entwickelte sich in Aegypten bekanntlich die hieratische. In dem in frühhieratischer Schrift angefertigten Papyrus Rhind steht an einer Stelle „ $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ “. Der Zahlenwert 6 ist durch 6 vertikale Striche dargestellt. An einer anderen Stelle heisst es „ $100 : 30 = 3\frac{1}{3}$ “, hier sind die drei Ganzen, ebenso wie oben die 6, als Zahlbild geschrieben. Wieder anderswo im nämlichen Papyrus heisst es bei Auflösung einer Gleichung ersten Grades: „ $3 \cdot 4 = 12$ “. Auch da sind die Ziffern für 2, 3, 4 die beschriebenen strichförmigen Zahlbilder, ebenso ist es mit der „6“, die im

Anschluss daran bei weiterer Rechnung nötig ist, entsprechend im ganzen Papyrus.

Ich bin am Ende meiner Betrachtungen angelangt. Es soll nicht die Absicht des Artikels sein, im jetzigen Zeitalter der Arbeitsschule zu einer ausgedehnten Verwendung der beschriebenen Methode anzuraten. Wohl aber soll durch ihn vor einem allzuschnell fertigen, psychologisch nicht scharf genug gefassten Verwerfungsurteil über eine Methode gewarnt werden, die, wie ich gezeigt zu haben glaube, im natürlichen Gang der Dinge ihren berechtigten Platz gehabt hat und vielleicht auch jetzt noch überall da hat, wo nicht der Geist der Jugend selbst zu schnellerem Fortschreiten und damit zum Ueberspringen dieser Entwicklungsstufe drängt. Schliesslich hat aber auch die Geschichte seines Fachs für jeden tiefer nachdenkenden Lehrer Wert und Interesse.

Düsseldorf.

Dr. Ewald Fettweis,
Oberstudienrat.

Lasset uns beten . . .

Herr, Du warst in Sturm und Wetter
Weiser Führer uns und Retter;
Hieltst die treue Vaterhand
Segnend übers Schweizerland.
Liessest uns nicht stehn und darben,
Schenktest uns in goldnen Garben
Wiederum Dein heilig Brot,
Dass kein Hunger uns bedroht.

Und die Fülle Deiner Gnaden
Liess uns Lehrer und Soldaten
Wirken für der Heimat Wohl.
Hältst auch jetzt erbarmungsvoll —
Während Tod und Feuerregen
Rings die Welt in Trümmer legen —
Deine starke Segenshand
Schützend übers Vaterland.

Sieh', ein treues Volk der Brüder
Wirft sich betend vor Dir nieder,
Weiht aufs neu' für alle Zeit
Dir sein Herz voll Dankbarkeit.
Bleibe, Herr, als treuer Hirte
Führer unsrer kleinen Herde,
Wie's bis jetzt so wunderbar
Unverdiente Gnade war . . .

Nimm den Völkern Leid und Härten,
Lass für a l l e Friede werden —
F r i e d e für die ganze Welt,
Friede, der nie mehr zerfällt!
Hilf, dass a l l e Nationen
Brüderlich beisammenwohnen —
Und der Eintracht heilig Band
Alle eint in Gottes Hand!

Bettag 1943.

Vinz. John, Appenzell