

Objektyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **89/90 (1927)**

Heft 20

PDF erstellt am: **24.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Wärmeübergang in Grenzschichten bei grossen Temperatur-Unterschieden zwischen Wand und Flüssigkeit. — Das Kraftwerk an der Alfenz der Vorarlberger Zementwerke Lorüns A.-G., Bludenz. — Das Palmerhouse in Chicago. — Ueber die Untersuchung von Strassenbaumaterialien. — Concours d'Architectes pour l'Edification d'un Palais de la Société des Nations. — Nekrologie: Ernst Stettler. — Mitteilungen: Gasolin-Autobusse mit elektrischer Uebertragung. Wasserkraftanlage

am Shanon-River in Irland. Ungehörige Gratisreklame. Schiffahrt auf dem Oberrhein. Das Kloster St. Georgen. Der Schweizer. Elektrotechn. Verein. Exposition d'architecture d'aujourd'hui, Gand 1927. Berthelot-Jahrhundertfeier in Paris. Eidgen. Kommission für elektr. Anlagen. Bauhaus Dessau. Elektrifikation der S. B. B. — Wettbewerbe: Internat. Wettbewerb für Vorprojekte eines spanischen Freihafens in Barcelona. Schlachthaus Nyon. — Literatur. — Vereinsnachrichten: S. I. A. Basler I. A.

Band 89.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 20

### Wärmeübergang in Grenzschichten bei grossen Temperatur-Unterschieden zwischen Wand und Flüssigkeit.

Von Prof. Dr. A. STODOLA, Zürich.

Bei grossen Temperaturunterschieden zwischen Flüssigkeit und Wand darf weder die Zähigkeit noch der Rauminhalt innerhalb der Grenzschicht als unveränderlich vorausgesetzt werden, wodurch alle Formeln höchst verwickelt werden, indessen im Sonderfall der Strömung längs einer Platte dennoch auf die im nachfolgenden mitzuteilende einfache Beziehung führen.

Mit den Bezeichnungen meiner Aufsätze vom 30. Oktober 1926 und 9. April 1927 in der „Schweiz. Bauzeitung“ (und fortlaufender Nummerierung) lauten die hydrodynamischen Gleichungen für zweidimensionale Beharrungsströmung:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (85)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (86)$$

Die Wärme Gleichung lautet bei Vernachlässigung der Wärmeleitung in Richtung der Strömung

$$\frac{dq}{dy} = \gamma c_p \left( u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \quad (87)$$

Im Sinne der turbulenten Wärmeleitungstheorie ist stets

$$q = \frac{\gamma c_p \tau}{\rho} \frac{\partial \vartheta / \partial y}{\partial u / \partial y} \quad (87a)$$

Setzen wir  $c_p$  als wenig veränderlich voraus, so geht (da  $\gamma/\rho = g$ ) Gl. 87 in

$$\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \tau \frac{(\partial \vartheta / \partial y)}{(\partial u / \partial y)} \right] = u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \quad (88)$$

über. Der Vergleich von (85) und (88) zeigt, dass wie immer  $u$  und  $v$  von  $y$  abhängen mögen, die Sonderlösung  $\vartheta = a u + a'$  . . . . . (89)

wo  $a, a'$  Konstanten bedeuten, beide Gleichungen erfüllt. In der Tat reduziert sich (88) auf

$$\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left( \tau \frac{a u}{u'} \right) = \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) a \quad (88a)$$

welche Gleichung nach Kürzung mit  $a$  mit (85) identisch ist. Sollte der Versuch auf das Gesetz

$$u = U \left( \frac{y}{\Delta} \right)^n = U \eta^n \quad (90)$$

führen, so muss der Temperaturverlauf bei rein turbulenter Grenzschicht das Gesetz

$$\vartheta = \Theta \left( \frac{y}{\Delta} \right)^n = \Theta \eta^n \quad (90a)$$

befolgen, wo  $\Theta$  den Unterschied zwischen der Temperatur des ungestörten Flüssigkeitsstromes und der Temperatur an der Wand bedeutet.)

Als Ausdruck der Schubspannung an der Wand darf man die klassische Form von Prandtl-Karmán wählen mit den Werten von  $\rho$  und  $\nu$ , die an der Wand vorhanden sind, d. h.

$$\tau_w = \psi \rho_{w} U^2 \left( \frac{\nu_w}{U \Delta} \right)^{1/4} \quad (91)$$

da ja nach der Theorie die Schubspannung nur von der Verteilung der Geschwindigkeit in unmittelbarer Nachbarschaft der Wand abhängen soll. Daraus kann die Grenzschichtdicke in Abhängigkeit von der Länge bestimmt

1) Die Beziehung (90a) findet sich zum ersten Male für  $\rho = \text{konst.}$  in meinem Aufsatz vom 30. Oktober 1926 in „S. B. Z.“ abgeleitet. Für veränderliches  $\rho$  wurde sie von meinem Assistenten Herrn Ing. Herzog durch vollständige Ausrechnung der Grundgleichungen unter der Annahme  $u = U \eta^{1/7}$  festgestellt. Sie ist, wie aus obigem erhellt, allgemein, für jeden Geschwindigkeitsverlauf gültig.

werden, indem man die Differentialgleichung der Grenzschicht, d. h.

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\Delta} \rho u^2 dy - U \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\Delta} \rho u dy = -\tau_w \quad (92)$$

integriert. Bezeichnen wir für Gase mit  $T_w, T_0, \rho_w, \rho_0$  die absoluten Temperaturen und Dichten an der Wand und im ungestörten Strom, so ist mit  $p = \text{konst.}$

$$\rho = \rho_w \frac{T_0}{T_w} = \rho_w T_w / T = \rho_w T_w (T_w + \Theta \eta^{1/7}) = \rho_w (1 + \chi \eta^{1/7})$$
  
mit  $\chi = \frac{\Theta}{T_w} \quad (93)$

Die Integrale in (92) nehmen die Form

$$\int_0^{\Delta} \rho_w U \frac{\eta^{1/7} d\eta}{1 + \chi \eta^{1/7}} = \rho_w U \psi_1 (\eta_1 \chi) \Big|_0^{\Delta} = \rho_w U \psi_{11} \quad (93a)$$

$$\int_0^{\Delta} \rho_w U^2 \frac{\eta^{2/7} d\eta}{1 + \chi \eta^{1/7}} = \rho_w U^2 \psi_2 (\eta_1 \chi) \Big|_0^{\Delta} = \rho_w U^2 \psi_{21} \quad (93b)$$

an, wo  $\psi_{11}, \psi_{21}$  graphisch oder analytisch bestimmt werden können. Gl. (92) lautet dann

$$\Delta' = \frac{\partial \Delta}{\partial x} = \frac{\tau_w}{(\psi_{11} - \psi_{21}) \rho_w U^2} \quad (93c)$$

$$\text{Mit } \tau_w = \psi \rho_w U^2 \left( \frac{\nu_w}{U \Delta} \right)^{1/4} \text{ und } \psi = 0,0225 \quad (94)$$

erhält man durch Integration von (93c):

$$\Delta = \psi_0(\chi) \left( \frac{\nu_w}{U x} \right)^{1/5} x \quad \text{mit } \psi_0(\chi) = \left( \frac{4}{5} \frac{\psi}{\psi_{11} - \psi_{21}} \right)^{4/5} \quad (95)$$

folgende Abhängigkeit des  $\psi_0$  von  $\chi$

$\chi =$	0	1	3	5
$\psi_0 =$	0,370	0,587	0,975	1,355

oder angenähert

$$\psi_0 = 0,370 + 0,198 \chi \quad (96)$$

Die an die Wand übergehende Wärme ist nach (87a) durch Gleichung

$$q = \gamma_w c_p \frac{\tau_w}{\rho_w} \frac{(\partial \vartheta / \partial y)}{(\partial u / \partial y)_{y=0}} \quad (97)$$

gegeben. Mit Gl. (90a) und  $n = 7$  entsteht

$$q = \psi \gamma_w c_p U \Theta \left( \frac{\nu_w}{U \Delta} \right)^{1/4} \quad (97a)$$

Die grosse Veränderlichkeit des  $\gamma$  und  $\nu$  in der Nähe der Wand legt es nahe, den Einfluss der laminaren „Endschichte“ zu untersuchen. In dieser darf man, wie in der „S. B. Z.“ vom 30. Oktober 1926 erläutert

$$\vartheta_1 = a \eta \quad (98)$$

setzen und deren Dicke  $\Delta_1 = \Delta \eta_1$  aus der Gleichheit der Schubspannungen in der Uebergangsebene bei  $\eta = \eta_1$  bestimmen. Dabei kommt die Veränderlichkeit der Temperatur dadurch zur Geltung, dass man für die Zähigkeit nicht den Wert  $\nu_w$  bei  $\eta = 0$ , sondern einen Mittelwert zwischen  $\nu_w$  und  $\nu_{\eta = \eta_1}$  nehmen muss.

Die Nachrechnung mit den vollständig integrierten Gleichungen der rein turbulenten Schicht weist nach, dass die Schubspannung in der Nähe der Wand schlimmstenfalls mit dem Abstand verhältnissgleich abnimmt. Da nun  $\Delta_1/\Delta = \eta_a$  im allgemeinen sehr klein sein wird (aber auch nur für solche Fälle), darf man als Wert der Schubspannung im Abstände  $\Delta_1$  den Betrag annehmen, den die Schubspannung bei Fortsetzung des zwischen  $\Delta$  und  $\Delta_1$  bestehenden Temperaturverlaufes an der Wand annehmen würde. Für die Temperatur innerhalb des turbulenten Bereiches gilt das Gesetz

$$\vartheta_{11} = \Theta_1 \eta^{1/7} + \Theta_2 \quad (98a)$$