

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **89/90 (1927)**

Heft 15

PDF erstellt am: **26.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Wärmeübergang in Grenzschichten bei veränderlicher Grundströmung. — Zum Wettbewerb für die Petersschule Basel. — II. Wettbewerb für die Bezirksschule Lenzburg. — † Frédéric Broillet. — Mitteilungen: Raumersparungen durch Saugschwellen in Wasserschlosskammern. Eine Fachtagung „Dauerbruch“. Forschungsinstitut für Wasserbau und Wasserkraft am Walchensee. Schifffahrt auf dem Oberrhein. Beteiligung von Schweizer Architekten an der Ausstellung des Deut-

schen Werkbundes „Die Wohnung“. Einmännige Bedienung elektrischer Lokomotiven bei den S. B. B. Neuzeitliches Hüttenkraftwerk. Schweizer Mustermesse. Soldatenstube in Bellinzona. Neues Postgebäude in Biel. Berufung. Verband Deutscher Elektrotechniker. — Wettbewerbe: Völkerbundgebäude Genf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Sektion Bern.

Band 89. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 15

Wärmeübergang in Grenzschichten bei stark veränderlicher Grundströmung.

Von Prof. Dr. A. STODOLA, Zürich.

Im Anschluss an unsern Aufsatz über den Wärmeübergang bei unveränderlicher Grundströmung, in der „Schweizer. Bauzeitung“ vom 30. Oktober 1926, wobei ausserhalb der Grenzschichte neben der Geschwindigkeit auch die Temperatur stets gleich bleibt, dehnen wir hier die Theorie auf den Fall stark veränderlicher Grundgeschwindigkeit und Temperatur aus, wie sie etwa in Expansionsdüsen auftreten. In den Bezeichnungen jenes als bekannt vorausgesetzten Aufsatzes lauten die hydrodynamischen Gleichungen bei stets gleichem Rauminhalt für zweidimensionale Strömung (mit fortlaufender Numerierung der Gleichungen)

u ∂u/∂x + v ∂u/∂y = - 1/ρ ∂p/∂x + 1/ρ ∂τ/∂y . . . (36)

∂u/∂x + ∂v/∂y = 0 . . . . . (37)

Für die Grundströmung darf man in der Nähe der Wand die Geschwindigkeit v vernachlässigen, erhält also U ∂U/∂x = - 1/ρ ∂p/∂x . . . . . (38)

wobei wir U, ∂U/∂x = U' als gegebene Funktionen von x ansehen dürfen, und (1/ρ) (∂p/∂x) in (36) durch U U' ersetzen. Als einfachste empirische Annahme über den Geschwindigkeitsverlauf senkrecht zur Wand wählen wir wieder

u = U (y/Δ)^{1/7} = U η^{1/7} . . . . . (39)

obschon die Rechnung auch mit einem allgemeineren Ansatz leicht durchführbar wäre. Gl. (37) liefert

v = - ∫ ∂u/∂x dy = - ∫ [U' η^{1/7} - U η^{-6/7} Δ'] Δ dη = 1/8 (U Δ' - 7 U' Δ) η^{8/7} . . . . . (40)

mit Δ' = ∂Δ/∂x

Die Einschiebung von v in (36) erlaubt nach Erweiterung mit dy, τ/ρ durch Integration als:

τ/ρ = - ∫ U U' Δ dη + ∫ (u ∂u/∂x + v ∂u/∂y) dy = - U U' Δ η + 49/72 U U' Δ η^{9/7} - 7/72 U^2 Δ' η^{9/7} + C (41)

darzustellen. Die Konstante wird durch die Bedingung bestimmt, dass für

η = 1; τ = 0

werden müsse. Für η = 0 erhalten wir alsdann die Schubspannung an der Wand, die mit τ\_w bezeichnet werden soll.

Es ergibt sich

τ\_w/ρ = C = 23/72 U U' Δ + 7/72 U^2 Δ' . . . . . (42)

also ist

τ/ρ = Δ U U' [(1 - η) - 49/72 (1 - η^{9/7})] + 7/72 U^2 Δ' (1 - η^{9/7}) (43)

Die hier vorkommende Grösse Δ' wird durch die Differentialgleichung der Schichtendicke mit τ\_w verknüpft. Diese lautet für Beharrungsströmung

∂/∂x ∫\_0^Δ u^2 dy - U ∂/∂x ∫\_0^Δ u dy = Δ U U' ρ - τ\_w (44)

oder mit Gl. (39)

7/9 ∂/∂x (U^2 Δ ρ) - 7/8 U ∂/∂x (U ρ Δ) = Δ U U' ρ - τ\_w

hieraus folgt:

Δ' = - 23/7 U' Δ + 72/7 τ\_w/ρ U^2 . . . . . (45)

Nun schieben wir Δ' in Gl. (43) ein, was auf

τ/ρ = - U U' Δ [η (1 - η^{2/7})] + τ\_w/ρ (1 - η^{9/7}) . . . . . (46)

führt. Der tatsächliche Wert von τ\_w kann weder aus Gl. (41) noch aus (45) ermittelt werden. Für den Fall beschleunigungsfreier Strömung ist τ\_w durch die Formel von Prandtl-Kármán gegeben. Würde man annehmen, dass auch bei beschleunigter Strömung, d. h. U' > 0, der gleiche Ausdruck für τ\_w gilt, so führt Gl. (46) bei hinreichend grossem U' wie ersichtlich für Zwischenwerte von η auf negative Werte von τ. Da jedoch die Geschwindigkeit in der Grenzschichte unter allen Umständen vom Werte Null an der Wand in stetiger Weise zunimmt (auch wenn man ein allgemeineres Gesetz als Gl. (39) voraussetzt) ist ein Negativwerden, d. h. ein Zeichenwechsel der Schubspannung physikalisch ausgeschlossen. So zwingt uns die Anschauung die Folgerung auf, dass τ\_w von dem bis anhin allgemein benützten klassischen Wert abweichen u. zw. so gross werden muss, dass τ in Gl. (46) stets einen positiven Wert erhalte. Diese Vorschrift scheint mit einer Willkür behaftet zu sein, die jedoch verschwindet, wenn man beachtet, dass bei abnehmendem U' das τ\_w allmählich in den klassischen Wert übergehen muss. Wie man aus einer graphischen Darstellung erkennt, bleibt τ positiv, sofern die Tangente an τ im Punkte η = 1 negativ ist. Man erhält

(d(τ/ρ)/dη)\_{η=1} = + 2/7 U U' Δ - 9/7 τ\_w/ρ soll < 0

oder τ\_w/ρ > 2/9 U U' Δ

Setzen wir also

τ\_w = 2/9 U U' Δ ρ + f(U, ρ, ν, Δ) . . . . . (46a)

so muss für U' = 0 das Zusatzglied in den klassischen Ausdruck übergehen, d. h. es ist

f(U, ρ, ν, Δ) = ψ ρ U^2 (ν/Δ)^{1/4} = τ\_o . . . . . (47)

Somit lautet der vollständige Ausdruck von (46)

τ = - U U' Δ ρ [η (1 - η^{2/7}) - 2/9 (1 - η^{9/7})] + τ\_o (1 - η^{9/7}) . . . . . (48)

in welchem bemerkenswerter Weise nichts Willkürliches mehr vorkommt.

Ferner wird Gl. (45)

Δ' = - U'/U Δ + 72/7 τ\_o/ρ U^2 . . . . . (48a)

Für den Fall, dass als Geschwindigkeitsgesetz der allgemeine Ansatz

u = U η^{1/n} . . . . . (48b)

gewählt würde, ergeben die gleichen Ueberlegungen als Ausdruck der Schubspannung

τ = - U U' Δ ρ [η (1 - η^{2/n}) - 2/(2+n) (1 - η^{(2+n)/n})] + τ\_o (1 - η^{(2+n)/n}) . . . . . (48c)

Dabei liefert die von Kármánsche Dimensionsbetrachtung

τ\_o = B^{-2/n} ρ U^2 (ν/Δ)^{2/(n+1)} . . . . . (48d)

worin die Konstante B aus Versuchen abzuleiten wäre.

Differentialgleichung des Temperaturverlaufes.

Der Temperaturverlauf betimmt die Wärmeleitung, die in der Wärmegleichung zum Vorschein kommt. Auf die Raumeinheit bezogen erhalten wir wie früher

dq\_{leit} + dq\_{reib} = γ c\_v dT + A ρ \frac{dv}{v} . . . . . (49)

worin v den Rauminhalt pro 1 kg bedeutet.