

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **89/90 (1927)**

Heft 12

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber Transversalschwingungen der Dampfturbinen-Lauf- radscheiben. — Zum Einsturz der Oderbrücke bei Gartz. — Wettbewerb Primarschulhaus mit Turnhalle in Muri bei Bern. — Strassenbahn und Autobus. — Mitteilungen: Eisen- bahn-Hubbrücke über die Maas in Rotterdam. Dreiaxige englische Strassenbahn- wagen. Corson-Legierungen. Ueber die Sicherungsarbeiten zur Erhaltung der West-

gruppe des Mainzer Domes. Eidgen. Technische Hochschule. Schweizer Mustermesse Basel. Zur Frage der neuen schweizer. Landeskarte. — Nekrologie: Walter Zuppinger. K. Weber. — Wettbewerbe: Schulhaus mit Turnhalle in Arosa. Bezirksschule Lenz- burg. — Literatur. — Vereinsnachrichten: St. Galler Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Sektion Bern des S. I. A. S. T. S.

Ueber Transversalschwingungen der Dampfturbinen-Lauf- radscheiben.

Von Dr. FR. DUBOIS, Schaffhausen.

Das Problem der Transversalschwingungen der Dampf- turbinen-Radscheiben gilt mit Recht als verwickelte Auf- gabe, die bis heute noch nicht erschöpfend behandelt worden ist. Für die Scheibe konstanter Dicke hat Kirch- hof in seiner berühmten Abhandlung in „Crelle's Journal“¹⁾, die exakte mathematische Lösung des Problems dargelegt, die von dem Zerfall der Differentialgleichung 4. Ordnung in zwei konjugierte 2. Ordnung ausgeht und auf Zylinder- funktionen führt. Für die Scheibe veränderlicher Dicke hat Stodola²⁾ eine auf die Berechnung der Deformationsenergie und der kinetischen Energie der gebogenen Scheibe be- ruhende, praktisch gut anwendbare Methode entwickelt. Als Früchte der Stodola'schen Lösung sind eine Reihe schöner, rechnerisch-praktischer Arbeiten entstanden, unter andern diejenige von Oehler³⁾. Schliesslich hat Hahn⁴⁾ ein Verfahren zur Berechnung der Schwingungszahl angedeutet, das die Eigenschaften der Integralgleichungen benützt.

Trotz der fast zu erwartenden Aussichtslosigkeit des Unternehmens, haben wir die Neugierde gehabt, auf die vollständige Differentialgleichung der Kreisscheibe veränder- licher Dicke den Grundgedanken der Kirchhoff'schen Lösung anzuwenden, und gelangten dabei zu dem erfreulichen Ergebnis, dass der Vorgang Kirchhoff's innert gewisser Annäherungen für mehrere Dickengesetze auf eine Lösung in mathematisch-geschlossener Form führt. Diese wird durch bekannte Funktionen (Bessel'sche, hypergeometrische, und verwandte) dargestellt.

Diese Untersuchung bildet den Inhalt folgender Zeilen, die nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erheben, son- dern nur die Grundzüge dieser Lösung darlegen sollen.

Biegungsgleichung der Scheibe veränderlicher Dicke.

Wir benutzen anfänglich der Zweckmässigkeit halber⁵⁾ rechtwinklige Koordinaten und beziehen die Scheibe auf ein System $oxyz$, dessen oz -Axe mit der Scheibenaxe, und dessen xy -Ebene mit der undeformierten Scheiben- mittelfläche übereinstimmt.

Wir bezeichnen wie üblich mit σ die Normalspan- nungen und mit τ die Schubspannungen, und beachten dass, da es sich um eine Biegungsaufgabe handelt, die Spannungen sich aus je einem über dem Scheibenquer- schnitt gleichmässig verteilten Anteil und je einem linear verlaufenden Anteil zusammensetzen, z. B.

$$\sigma_x = \sigma_o + \sigma_b, \quad \tau_{xy} = \tau_{xyo} + \tau_{xyb}$$

(Index o bedeutet gleichmässig verteilt, Index b linear, von der Biegung herrührend).

Wir bezeichnen ferner mit Stodola die am Volumen- elemente wirkenden Kräftepaare und Kräfte wie folgt:

- $M_1, M'_1; M_2, M'_2$ = Biegemomente
(Momente der Normalspannungen σ_{xb}, σ_{yb})
- $K_1, K'_1; K_2, K'_2$ = Drillmomente
(Momente der Schubspannungen τ_{xyb}, τ_{yxb})
- $S_1, S'_1; S_2, S'_2$ = Vertikale Schubkräfte
(Resultierende der Schubspannungen τ_{xz_0}, τ_{yz_0})
- $N_1, N'_1; N_2, N'_2$ = Horizontale Normalkräfte
(Resultierende der Normalspannungen $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$)
- $T_1, T'_1; T_2, T'_2$ = Horizontale Schubkräfte
(Resultierende der Schubspannungen τ_{xy_0}, τ_{yx_0})

¹⁾ Kirchhoff. „Crelle's Journal“, Bd. 40 (1850).
²⁾ Stodola. „S. B. Z.“, 1914, Bd. 63, S. 112 und „Dampfturbinen“, 5. und 6. Auflage.
³⁾ E. Oehler. „Krupp'sche Monatshefte“, 6. Jahrgang, Januar 1925, S. 1 und „Z. V. D. I.“, Bd. 69, Nr. 11, 14. März 1925, S. 335.
⁴⁾ E. Hahn. „S. B. Z.“, Bd. 87, Nr. 1, 2. Januar 1926, S. 1.

Alsdann lauten die Gleichgewichtsgleichungen am Element $dx dy h$ (Abbildungen 1 und 2, Seite 150 u. 151):
1) Momentengleichung, bezogen auf Axe oy , bezw. ihre Ableitung nach x

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 K_2}{\partial y \partial x} dy - \frac{\partial S_1}{\partial x} dx = 0 \dots (1)$$

2) Momentengleichung, bezogen auf Axe ox , bezw. ihre Ableitung nach y

$$\frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} dy + \frac{\partial^2 K_1}{\partial x \partial y} dx - \frac{\partial S_2}{\partial y} dy = 0 \dots (2)$$

3) Kraftkomponentengleichung nach Richtung oz

$$\frac{\partial S_1}{\partial x} dx + \frac{\partial S_2}{\partial y} dy + \frac{\partial(N_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x})}{\partial x} dx + \frac{\partial(N_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y})}{\partial y} dy + \frac{\partial(T_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y})}{\partial x} dx + \frac{\partial(T_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x})}{\partial y} dy + \mu dx dy h \left(-\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right) = 0 \dots (3)$$

(ζ = Ausbiegung der Mittelfläche der Scheibe senkrecht zur xoy -Ebene, $\mu = \gamma/g$ = spezifische Masse des Materials).

Durch Addition von (1) + (2) + (3) erhält man sofort die Biegungsgleichung

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 K_2}{\partial y \partial x} dy + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} dy + \frac{\partial^2 K_1}{\partial x \partial y} dx + \frac{\partial(N_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x})}{\partial x} dx + \frac{\partial(N_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y})}{\partial y} dy + \frac{\partial(T_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y})}{\partial x} dx + \frac{\partial(T_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x})}{\partial y} dy - \mu dx dy h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = 0 \dots (4)$$

Hierin ist in Abwesenheit der Spannung σ_z zu setzen:

$$M_1 = \frac{1}{6} dy h^2 \sigma_{xb \max}, \quad M_2 = \frac{1}{6} dx h^2 \sigma_{yb \max}$$

$$K_1 = \frac{1}{6} dy h^2 \tau_{xyb \max}, \quad K_2 = \frac{1}{6} dx h^2 \tau_{yxb \max}$$

$$N_1 = dy h \sigma_{x_0}, \quad N_2 = dx h \sigma_{y_0}$$

$$T_1 = dy h \tau_{xy_0}, \quad T_2 = dx h \tau_{yx_0}$$

$$\sigma_{xb \max} = - \frac{E}{1 - \nu^2} (\alpha_1 + \nu \alpha_2) \frac{h}{2}$$

$$\sigma_{yb \max} = - \frac{E}{1 - \nu^2} (\alpha_2 + \nu \alpha_1) \frac{h}{2}$$

$$\tau_{xyb \max} = - G \omega \frac{h}{2}, \quad \tau_{yxb \max} = - G \omega \frac{h}{2}$$

wobei E = Elastizitätsmodul, G = Gleitmodul, $\nu = 1$: Poisson'sche Zahl, α_1 und α_2 die Krümmungs- änderungen und ω die „Reckung“ bedeuten.

$$r_1 = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}; \quad r_2 = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}; \quad \omega = 2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \text{ (6)}$$

Schiebt man alle diese Werte in (4) ein, und beachtet dass $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ ist, so erhält man die Differentialgleichung der Biegungsschwingung der Scheibe veränderlicher Dicke mit Zugbelastung in der Mittelfläche unter Einfüh-

rung des Laplace'schen Operators $\Delta() = \frac{\partial^2 ()}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 ()}{\partial y^2}$:

$$\Delta(h^3 \Delta \zeta) - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 (h^3)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (h^3)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - \frac{2 \partial^2 (h^3)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \right) - \frac{12(1 - \nu^2)}{E} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \sigma_{x_0} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \sigma_{y_0} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h \tau_{xy_0} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \tau_{yx_0} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \right] = - \frac{12(1 - \nu^2)}{E} \mu h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \dots (5)$$

⁵⁾ Weil die vorkommenden zahlreichen Umrechnungen mit dem Laplace'schen Operator Δ in rechtwinkligen Koordinaten viel symmetrischer und kürzer sind als in Polarkoordinaten.

⁶⁾ In Wirklichkeit ist der wahre Ausdruck der Reckung bei ver- änderlicher Dicke $\frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right]$. Wir behalten aber, um die Gleichungen nicht noch komplizierter zu machen, den üblichen Aus- druck $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}$.