

Objektyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **17/18 (1891)**

Heft 6

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Dynamische Theorie des Indicators (Fortsetzung). —  
 Das Eisenbahnglück bei Mönchenstein. VIII. — Correspondenz. —  
 Miscellanea: Eidgenössisches Polytechnikum. Kraftübertragungen in

Thun. Cementindustrie. — Concurrerenzen: Bibliothekgebäude in Basel.  
 — Nekrologie: † Lucas Ferdinand Schlöth. — Vereinsnachrichten:  
 Stellenvermittlung.

**Dynamische Theorie des Indicators.**

Von Prof. A. Fliegner.  
 (Fortsetzung.)

§ 3. Der eigentliche indicirte Druck.

Das erste Glied in Gleichg. (9), nämlich die Reihe

$$p_i \equiv \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t), \quad (15)$$

ist das einzige, dessen Coefficienten von denjenigen des Druckes  $p$ , Gleichg. (2), abhängig sind. Man muss daher  $p_i$  als den eigentlichen indicirten Druck ansehen, da der Indicator diesen anzeigt, wenn die Feder keine Schwingungen macht und keine Reibung vorhanden ist.

Die Coefficienten der Reihe  $p_i$ ,  $A_n$  und  $B_n$ , haben aber andere Werthe als die Coefficienten  $a_n$  und  $b_n$  der Reihe für  $p$ . Der Indicator gibt also nicht den wirklichen Verlauf der Druckänderung wieder. Zur Erkennung der Art und Grösse der Abweichungen ist es am besten, die Höhen der den verschiedenen Werthen von  $n$  entsprechenden Wellen,  $b_n$  und  $H_n$ , sowie die Lage des ersten Wellenberges,  $\varphi = \mathcal{J}_n$  und  $\Theta_n$ , zu berechnen. Dabei erhält man für die Reihe  $p$ :

$$b_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \text{tang. } \mathcal{J}_n = \frac{b_n}{a_n}, \quad (16)$$

für die Reihe  $p_i$ :

$$\left. \begin{aligned} H_n &= \frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2}} b_n, \\ \text{tang. } \Theta_n &= \frac{\sigma - Mn^2\omega^2 + \mu n\omega \cotang. \mathcal{J}_n}{\sigma - Mn^2\omega^2 - \mu n\omega \text{ tang. } \mathcal{J}_n} \text{ tang. } \mathcal{J}_n \end{aligned} \right\} (17)$$

Bei beiden Reihen wird der wesentliche Verlauf des Druckes durch die ersten Glieder, mit den kleineren Werthen von  $n$ , bedingt. Die späteren Glieder mit grösserem  $n$  gleichen nur die von den früheren noch übrig gelassenen Wellen immer mehr und mehr aus.

Nun ist bei den Indicators  $\sigma$  stets sehr gross gegenüber  $M$  und  $\omega$ . Bei den entscheidenden ersten Gliedern bleibt daher  $\sigma > Mn^2\omega^2$ . Dann folgt aber aus der zweiten der Gleichg. (17), dass, mag dort tang.  $\mathcal{J}_n$  positiv oder negativ sein, doch stets

$$\text{für } \sigma > Mn^2\omega^2: \Theta_n > \mathcal{J}_n \quad (18)$$

werden muss. Die Phasen der entscheidenden Wellen treten also für  $p_i$  bei grösseren Werthen von  $q$  auf, als für  $p$ , d. h. später. Wenn für höhere Werthe von  $n$   $\sigma - Mn^2\omega^2$  negativ geworden ist, so lässt sich nicht mehr allgemein entscheiden, ob  $\Theta_n$  grösser wird als  $\mathcal{J}_n$ , oder kleiner. Da aber diese Glieder nur noch zur Ausgleichung der Curve dienen, so muss man den übrigens selbstverständlichen Schluss ziehen, dass die Angaben des Indicators der wirklichen Druckänderung stets *nacheilen*, dass also bei abnehmendem Drucke  $p_i > p$  ausfällt, bei zunehmendem dagegen  $p_i < p$ .

Was die Höhe der Wellen anbetrifft, so zeigen die Gleichg. (17) oder (9), dass das *constante Glied* für  $n = 0$  in beiden Reihen *denselben Werth* annimmt. Der weitere Verlauf von  $H_n$  gegenüber  $b_n$  hängt von dem Ausdrücke unter der Wurzel im Nenner ab, also von

$$f(n) \equiv (\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2 \quad (19)$$

Die beiden ersten Derivirten dieses Ausdrucks nach  $n$  sind:

$$f'(n) = 2\omega^2 n [2M^2 n^2 \omega^2 - (2M\sigma - \mu^2)], \quad (20)$$

$$f''(n) = 12M^2 \omega^4 n^2 - 2\omega^2 (2M\sigma - \mu^2). \quad (21)$$

Der erste Differentialquotient,  $f'(n)$ , verschwindet für:

$$n_0 = 0 \text{ und } n_m = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} = \frac{1}{M\omega\sqrt{2}} \sqrt{2M\sigma - \mu^2}, \quad (22)$$

während der zweite,  $f''(n)$ , gleichzeitig die Werte annimmt:  $f''(n_0) = -2\omega^2 (2M\sigma - \mu^2)$  u.  $f''(n_m) = 4\omega^2 (2M\sigma - \mu^2)$ . (23)

Das Verhalten von  $H_n$  gegenüber  $b_n$  erscheint hiernach wesentlich abhängig von dem Vorzeichen der Differenz  $2M\sigma - \mu^2$ . Wäre dieselbe *negativ*, was vielleicht gelegentlich bei den schwächsten Federn mit kleinem  $\sigma$  der Fall sein könnte, so würde  $n_m$  imaginär,  $f''(n_0) > 0$  werden; dann läge bei  $n = n_0 = 0$  ein Minimum der Function  $f(n)$ . Mit wachsendem  $n$  nähme sie ununterbrochen zu,  $H_n/b_n$  also ununterbrochen ab.  $H_n$  bliebe daher für alle Werthe von  $n$  grösser als Null, aber kleiner als  $b_n$ , und  $p_i$  müsste sich rascher ausgleichen als  $p$ . Practisch dürfte dieser Fall aber kaum vorkommen.

Wenn dagegen bei den stärkeren Federn die Differenz  $2M\sigma - \mu^2$  *positiv* ausfällt, so wird  $n_m$  reell,  $f''(n_0) < 0$ ,  $f''(n_m) > 0$ . Dann hat  $f(n)$  bei  $n_0$  ein Maximum, bei  $n_m$  ein Minimum.  $H_n/b_n$  wächst daher von  $n_0 = 0$  an bis  $n_m$ , um weiterhin ununterbrochen abzunehmen.  $H_n$  ist also anfangs grösser als  $b_n$  und wird erst bei Werthen von  $n > n_m$  schliesslich kleiner.

Ergibt sich der Werth von  $n_m$  zufällig als *ganze Zahl*, so kommt in dem zugehörigen Gliede der Reihe  $p_i$  unter Sinus und Cosinus die Bogenzahl

$$n_m \omega t = t \sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} \quad (24)$$

zu stehen. Eine Vergleichung mit dem zweiten Gliede der Gleichg. (9) unter Berücksichtigung von (9<sup>e</sup>) lässt erkennen, dass man es hier mit einer Theilschwingung zu thun hat, die sich nur durch einen verdoppelten Einfluss der Widerstände von den oben besprochenen Federschwingungen unterscheidet. Wäre  $\mu$  gleich Null, so würden beide Arten von Schwingungen sogar ganz übereinstimmen, nur würde dann  $H_n$  *unendlich gross*, während es unter Beibehaltung von  $\mu$  endlich bleibt.

Unabhängig davon, ob  $n_m$  ganzzahlig ausfällt oder nicht, ist der Quotient  $H_n/b_n$  in der Nähe von  $n_m$  grösser als weiter weg, so dass die betreffenden Wellen verhältnissmässig mehr Einfluss ausüben als die umgebenden, wenn sie auch die letzteren nicht immer überragen. Man müsste aber hiernach doch erwarten, dass sich gelegentlich ausser den früher besprochenen abnehmenden auch noch *bleibende* Schwingungen zeigen. Solche beobachtet man aber nicht. Man wird daher annehmen dürfen, dass sie sich nur dann einstellen könnten, wenn längere Zeit ein vollkommen gleichförmiger Beharrungszustand herrschen würde, bei welchem immer genau gleiche Druckänderungen mit genau denselben Phasen der Bewegung der Feder zusammentreffen würden. Da ein solcher Beharrungszustand aber in Wirklichkeit unmöglich eintreten kann, so können sich auch keine derartigen bleibenden Schwingungen ausbilden.

Die Glieder in der Nähe von  $n_m$  werden daher bei einer Untersuchung der Abweichung der Reihe  $p_i$  von  $p$  im Allgemeinen nicht mehr berücksichtigt werden dürfen; man wird bei früheren Gliedern stehen bleiben müssen.

Während hiernach die entwickelten Formeln anzuwenden gestatten, wie der eigentliche indicirte Druck gegenüber dem wirklichen Drucke verläuft, ist es nicht mehr möglich mit ihrer Hilfe allein auch den numerischen Betrag der Abweichungen zu ermitteln. Um doch zu sehen, wie gross der letztere etwa zu erwarten ist, habe ich ein besonderes Zahlenbeispiel nachgerechnet. Der Rechnung habe ich ein Indicatorgramm zu Grunde gelegt, welches gelegentlich an der Versuchs-Dampfmaschine des hiesigen Polytechnikums abgenommen worden ist, und zwar bin ich dabei von der Annahme ausgegangen, dass dieses Diagramm die wirkliche Druckänderung anzeige.

Zuerst musste ich nun die Coefficienten der Reihe  $p$ , Gleichg. (2), bestimmen. Dabei bin ich *Kirsch*\*) gefolgt. Der

\*) *Kirsch*, „Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwänden der Dampfmaschine“, S. 23 u. folgende.