Wie sieht die Sonnenfinsternis an meinem Ort aus? : Sonnenfinsternisse berechnen mit Hilfe der Besselschen Elemente

Autor(en): **Laager, Erich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **66 (2008)**

Heft 346

PDF erstellt am: **19.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-897826

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Wie sieht die Sonnenfinsternis an meinem Ort aus?

Sonnenfinsternisse berechnen mit Hilfe der Besselschen Elemente

Von Erich Laager

Wer hat nicht schon versucht, ganz rudimentär den Termin einer Sonnenfinsternis zu berechnen! Irgendwie gelingt es, zumindest in die Nähe des Ereignisses zu kommen, doch schon bei den genauen Kontaktzeiten, die vom Beobachtungsort und der Geometrie der Finsternis abhängig sind, hapert es bereits ganz ordentlich. Und wie sieht denn die Finsternis für «meinen Beobachtungsort» am Himmel aus? Der nachfolgende Beitrag zeigt auf, wie es mit den Besselschen Elementen möglich ist, Sonnenfinsternisse zu berechnen.

Vielleicht drängt sich gleich zu Beginn dieses Beitrags eine grundlegende Frage auf: Wozu überhaupt selber rechnen? Findet man denn nicht alles im Internet und in astronomischen Jahrbüchern? Liefern nicht Astro-Simulationsprogramme genügend umfangreiche Informationen?

Es gibt zumindest zwei Gründe, sich selber mit den Berechnungen zu beschäftigen:

- *Die Freude am Rechnen verbunden mit der Erwartung, durch «eifriges Bemühen» selber zu exakten Resultaten zu kommen.*
- *Die Finsternis-Seiten von Fred Espenak bei NASA liefern zwar sehr viele Daten* und *Karten, insbesondere für die Totalitätszone, die präzisen Angaben für Orte mit partieller Finsternis (Kontaktzeiten, Positionswinkel, Stellung der Sonne am Himmel) findet man dort jedoch nicht.*

Die Grundlagen

Alle Tabellen, Zahlen und Rechnungsbeispiele in diesem Beitrag gelten für die bevorstehende Sonnenfinsternis vom 1. August 2008 (Weitere Berichte zu dieser Finsternis findet man auf den Seiten 14 - 18 und 20/21). Als Grundlagen für die Berechnungen standen mir folgende Quellen zur Verfügung:

1. Das Buch von Jean Meeus: Elements of Solar Eclipses 1951 – 2200 (Willmann-Bell, Inc. 1989 / ISBN 0-943396-21-2) Dieses gab mir den Anstoss, selber Berechnungen zu planen und durchzuführen. Es enthält die Besselschen Elemente für alle Finsternisse von 1951 bis 2200 sowie detaillierte Anleitungen zur Verwendung dieser Elemente in Berechnungen.

2. Im Internet gelangt man mit dem Suchbegriff «Solar Eclipse NASA» auf die Sonnenfinsternis-Seiten von Fred Espenak. Hier findet man nebst vielen Kärtchen und Tabellen auch die genausten Besselschen Elemente für viele Finsternisse.

(http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse)

Vorab sollen einige Grundlagen erläutert werden. Figur 5 hilft beim Verstehen der folgenden Definition:

Die **Referenzstunde** ist die dem Finsternismaximum am nächsten liegende volle Stunde TDT.
Im Beispiel: Das Finsternismaximum (Greatest Eclipse) ist um 10:22:12 TDT (NASA). Die nächstliegende volle Stunde ist 10:00:00. Die Besselschen Elemente mit dem Index Null (erste Zeile) gelten für diesen Zeitpunkt (z.B. X0 = 0.1017945 und Y0 = 0.8506194).

Bei den **Besselschen Elementen** verwende ich die Bezeichnungen, so wie Meeus im Buch. Diese weichen teilweise etwas von denen in Figur 1 ab: Ausser der Variablen d werden alle Bezeichnungen gross geschrieben, für den Stundenwinkel schreibt Meeus M und nicht μ. Die Indices werden nicht tief gestellt (also zum Beispiel X0 für x_0 oder F12 für f_{12}).

Eclipse Magnitude = 1.03942 Gamma = 0.83071 ΔT = 65.6 s

Polynomial Besselian Elements for: 2008 Aug 01 10:00:00.0 TDT (=t_0)

n	x	y	d	l_1	l_2	μ
0	0.1017945	0.8506194	17.8675385	0.5382522	-0.0078656	328.425751
1	0.5285779	-0.2025230	-0.0101205	0.0001111	0.0001105	15.002012
2	-0.0000634	-0.0001512	-0.0000038	-0.0000120	-0.0000120	0.000002
3	-0.0000081	0.0000033	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.000000

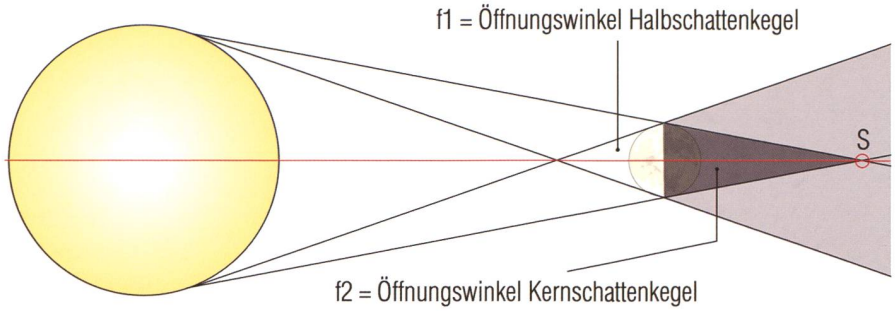
Tan f_1 = 0.0046066 Tan f_2 = 0.0045836

Figur 1: Ausschnitt aus Tabelle 1 der NASA-Publikation (Finsternis-Seiten von Fred Espenak): Besselsche Elemente und weitere Kennzahlen.

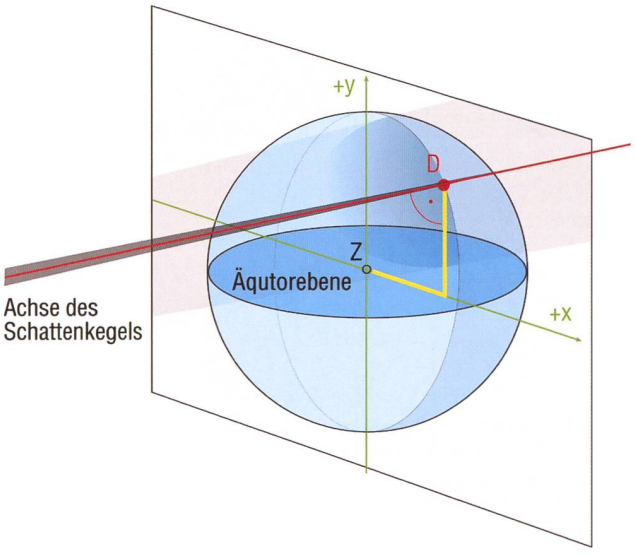
Wenden wir uns nun der Tabelle (Figur 1) zu. Sie zeigt einen Ausschnitt aus Tabelle 1 (NASA) mit den Besselschen Elementen und anderen Angaben zur Finsternis. Tan f_1 und Tan f_2 (letzte Zeile) beschreiben die Geometrie der Schattenkegel des Mondes, die Zahlen der ersten Zeile (für n = 0) beschreiben für den Zeitpunkt T_0 die Lage der Schattenachse in Bezug auf das Erdzentrum, respektive in

Bezug auf das «Himmelsgewölbe». Mit den Zahlen der folgenden Zeilen (für n = 1 bis 3) berechnet man, wie sich diese Grössen vor und nach der Stunde T_0 verändern. Auf diesen Grundlagen basieren dann alle weiteren Berechnungen.

In Figur 2 ist die Situation einer Sonnenfinsternis grafisch dargestellt. f1 ist der Winkel zwischen der Achse und einer Mantellinie des Halbschattenkegels, f2 der entsprechende Winkel beim Kernschattenkegel. In Wirklichkeit sind diese Winkel recht klein, sie messen nur etwa 15.8 Bogenminuten.
Zur Beschreibung der Achsenlage in Bezug auf die Erde dient die Fundamentalebene (Figur 3): Diese steht senkrecht zur Schattenachse und geht durch das Erdzentrum.
In dieser Ebene wird ein rechtwinkliges Koordinatensystem definiert: Die Schnittgerade der Fundamentalebene mit der Äquatorebene enthält die x-Achse, der positive Ast



Figur 2: Schematische Darstellung der Kegel von Kernschatten und Halbschatten des Mondes mit gemeinsamer Achse (rot). Die Winkel zwischen der Achse und dem Kegelmantel finden wir in den Besselschen Elementen Tan f1 (für den Halbschattenkegel) und Tan f2 (für den Kernschattenkegel). Erreicht die Spitze S des Kernschattenkegels die Erdoberfläche nicht, ist die Finsternis ringförmig, im andern Fall ist sie total. (Grafik nach einer Vorlage von E. Laager: Thomas Baer)



Figur 3: Die Fundamentalebene (gelb) steht senkrecht zur Achse der Schattenkegel (rot), sie geht durch das Erdzentrum Z. D ist der Durchstosspunkt der Achse mit den Koordinaten X und Y. (Grafik nach E. Laager: Thomas Baer)

der y-Achse weist nach Norden. Der Durchstosspunkt der Achse hat die Koordinaten X und Y. Masseinheit dafür ist der Erdäquator-Radius. Die Fundamentalebene schneidet die Schattenkegel. Weil die Achse senkrecht auftrifft, sind die Schnittfiguren Kreise. Die Elemente L1 und L2 sind die Radien dieser Schnittkreise (Masseinheit hierfür ist ebenfalls der Radius des Erdäquators).
L1 = Radius für den Halbschattenkreis auf der Fundamentalebene (0.5382522 Erdradien). L2 = Radius für den Kernschattenkegel auf der Fundamentalebene (0.0078656 Erdradien oder 50 km).
L2 ist negativ bei einer totalen Finsternis, positiv bei einer ringförmigen (siehe Figur 9).
Die Elemente M und d beschreiben die Lage der Schattenachse, und zwar von der Erdoberfläche aus gesehen. Figur 4 zeigt die verfinsterte Sonne (beim lokalen Finsternismaximum) zur Referenzstunde T_0. Die Zentren von Mond und Sonne liegen aufeinander, die Schattenachse trifft somit den Beobachter. Es gibt genau einen Ort auf der Zentrallinie, an dem ein Beobachter die Sonne zum Zeitpunkt T_0 so sieht. Die Himmelskoordinaten M (Stundenwinkel) und d (Deklination) geben an, wo am Himmel sich für diesen Beobachtungsort und für diesen Zeitpunkt die Zentren von Sonne und Mond befinden.

Damit sind die Elemente der ersten Zeile (n =0) erklärt. Sie beschreiben die Situation zum Zeitpunkt T_0.
Wie ist aber die Situation für einen beliebigen Beobachtungs-Zeitpunkt T? (T zunächst in TDT, gleich wie T_0.) Zuerst bestimmen wir die Differenz t zur Referenzstunde.

$t = T - T_0$ (in Stunden dezimal). Für Zeiten vor T_0 wird t negativ.
Beispiel: Die grösste Finsternis ist um 10:22:12 TDT = 10.37 TDT

$t = 10.37 - 10.0 = 0.37$

Folgende Polynome beschreiben die variablen Grössen:

Koordinaten X und Y für den Zeitpunkt T, berechnet mit Hilfe der Zeitdifferenz t:

$$\mathbf{X = X0 + X1 \cdot t + X2 \cdot t^2 + X3 \cdot t^3}$$
$$\mathbf{Y = Y0 + Y1 \cdot t + Y2 \cdot t^2 + Y3 \cdot t^3}$$

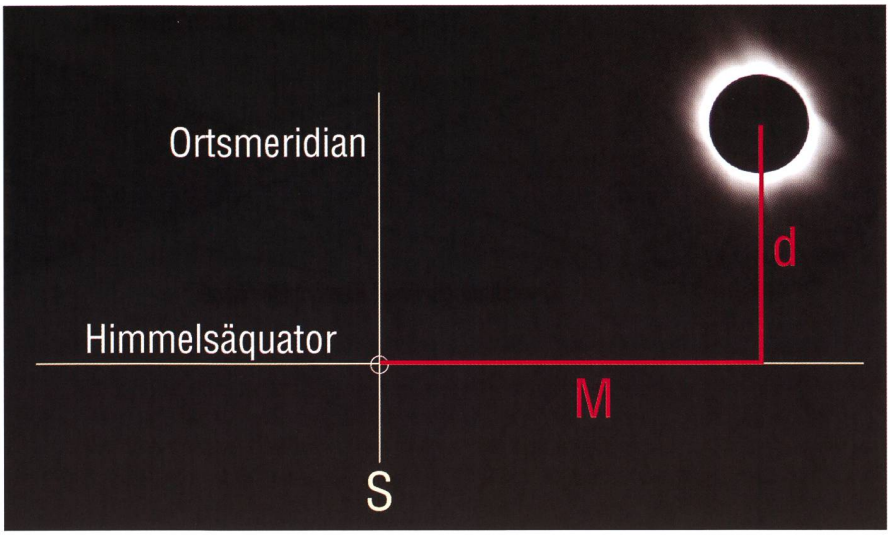
Die Besselschen Elemente der Kolonne X eingesetzt ergibt
$X = 0.1017945 + 0.5285779 \cdot 0.37 - 0.0000634 \cdot 0.37^2 - 0.0000081 \cdot 0.37^3 =$ **0.29736**

Entsprechend kann man Y berechnen, indem man alle Elemente aus der Kolonne Y einsetzt. Ergebnis: **Y = 0.77567**

Zum Zeitpunkt der grössten Finsternis hat der Durchstosspunkt D der Schattenachse in der Fundamentalebene die Koordinaten X = 0.29736, Y = 0.77567 (Figur 5)
Mit dem Satz des Pythagoras findet man für diesen Zeitpunkt den Abstand von D zum Erdzentrum Z; dieser heisst Gamma.

$Gamma = WURZEL\ (0.29736^2 + 0.77567^2) = 0.83071$

Der so berechnete Wert von Gamma stimmt vollständig mit dem bei Espenak (NASA) publizierten überein (vgl. Figur 1).
Für die vier weiteren veränderli-



Figur 4: Die Figur zeigt die verfinsterte Sonne (bei Finsternismaximum) zur Referenzstunde T_0. Es gibt genau einen Ort auf der Erde, an dem ein Beobachter die Sonne zu diesem Zeitpunkt so sieht. M ist der Stundenwinkel, d die Deklination der Sonnenmitte für diesen Beobachtungsort. (Grafik nach E. Laager: Thomas Baer)

chen Grössen (L1, L2, d, M) werden die Werte für einen beliebigen Zeitpunkt mit folgenden Polynomen berechnet:

L1 = L10 + L11·t + L12·t²
L2 = L20 + L21·t + L22·t²

d = d0 + d1·t + d2·t²
M= M0 + M1·t

Tan f1 und **Tan f2** sind während der Finsternisdauer praktisch konstant. (Tan ist die Winkelfunktion «tangens»).

Verschiedene Zeitsysteme

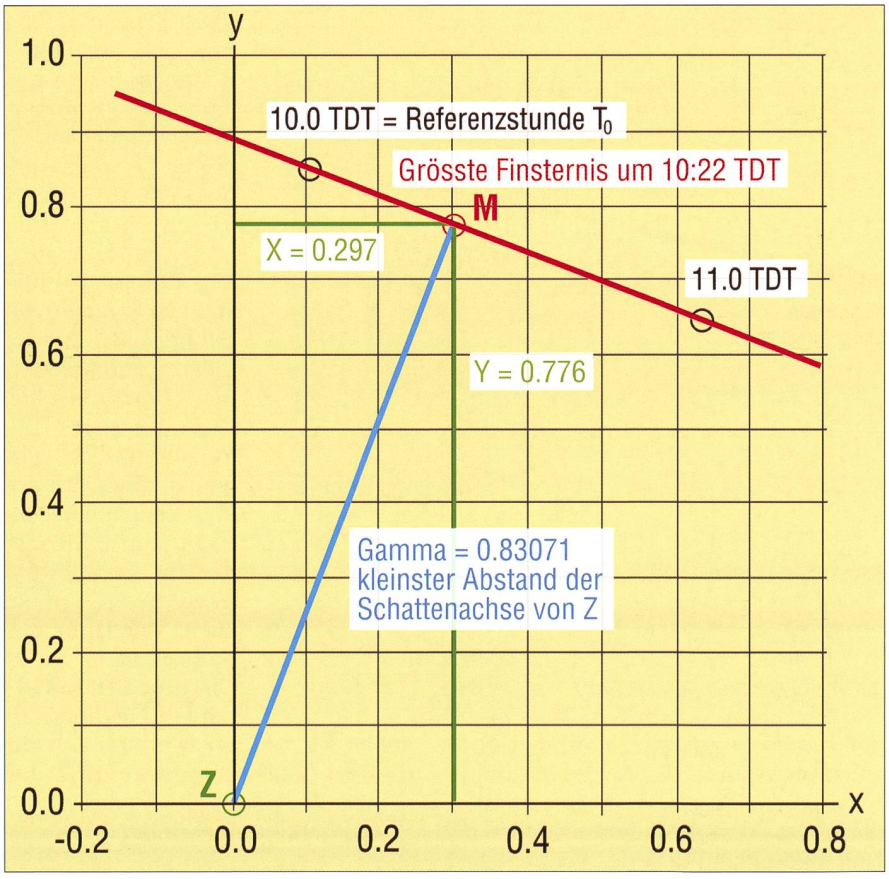
TDT = Terrestrial Dynamical Time (bei Meeus TD)
Eine von Atomuhren bestimmte, gleichmässig ablaufende Zeit, die nicht an die Erdrotation und an die Länge des tropischen Jahres gebunden ist. Sie löste 1984 die bis dahin gebräuchliche Ephemeridenzeit (ET) ab.

UT = Universal Time (Weltzeit, auch Greenwich mean time GMT)
Diese Zeit ist der Erdrotation angepasst, sie wird wenn nötig durch Schaltsekunden korrigiert. Wenn die mittlere Sonne bei 0° geogr. Länge kulminiert ist 12:00:00 UT. UT gibt somit auch die Stellung der Erde bezüglich ihrer Rotation an, darum «kümmert sich» die TDT jedoch nicht! Das Dilemma ist unvermeidlich: Finsternisberechnungen weit in die Vergangenheit und Zukunft können nur mit einer immer gleich ablaufenden Zeit (wie TDT) durchgeführt werden. Eine derartige Berechnung sagt uns: Hier auf der Erde wäre die Finsternis, wenn die Erde sich nach der TDT richten würde, d.h. wenn sie exakt gleichförmig rotieren würde. Das tut die Erde jedoch nicht!
Kennt man die Differenz zwischen TDT und UT, dann weiss man auch, um wie viel die Erde «falsch geht». Mit einer Zeitkorrektur «bringen wir die Erde in die richtige Stellung». Diese Korrektur heisst Delta T (gr. delta für Differenz).

Delta T = TDT – UT
Die Differenz Delta T schafft die Beziehung von der TDT zur Weltzeit (UT). Aus dieser findet man dann problemlos die Zonenzeiten.

Zonenzeiten für Mitteleuropa:
MEZ = UT + 1h
MESZ = UT + 2 h (Sommerzeit)

Es bleibt die Frage: Wie gross ist denn das Delta T? Diese Grösse hat



Figur 5: Spur der Schattenachse (rot) auf der Fundamentalebe von 9:30 bis 11:18 TDT. Kurve gezeichnet nach Berechnungen der Koordinaten X und Y in Abständen von 3 Minuten. Der Erdmittepunkt Z ist der Ursprung des Koordinatensytems. Bei M hat die Achse den kleinsten Abstand von Z. Dieser heisst Gamma (angegeben in Erdäquator-Radien). Die schwarzen Ringe bezeichnen den Ort der Achse zu den Zeiten 10.0 und 11.0 TDT. Als Referenzstunde T_0 wählt man in der Regel diejenige volle Stunde (TDT); welche am nächsten bei M liegt. (Grafik nach E. Laager: Thomas Baer)

sich im Laufe der Jahre und Jahrtausende in sehr grossem Masse verändet. Für die ferne Vergangenheit kann man historische Aufzeichnungen von Sonnenfinsternissen beiziehen und diese mit Rechnungsergebnissen – auf der Basis von TDT– vergleichen. Seit der Erfindung des Fernrohrs konnten zeitliche Erfassungen von Sternbedeckungen durch den Mond zur Bestimmung von Delta T verwendet werden. Für die Zukunft ist man auf Spekulationen über das Mass der Verlangsamung der Erdrotation angewiesen.
Aber schon für eine relativ kurze Zeitspanne ist es nicht einfach, eine Prognose zu stellen, wie das folgende Beispiel zeigt:
Für die Finsternis vom 29. März 2006 gab Fred Espenak in einer NASA-Publikation von 1987 ein voraussichtliches Delta T von 69.8 Sekunden an. Tatsächlich waren es dann nur 64,9 Sekunden, wie aktuelle Beobachtungen zeigten.

Historische Werte von Delta T:
http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/deltat.html
http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/SEhelp/deltaT.html und
http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/SEhelp/deltaT2.html

Unsicherheit von Delta T:
http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/uncertainty.html

Die Berechnung

Das Buch enthält die Anleitungen zur Berechnung folgender Dinge:

- §12 Rechtwinklige Koordinaten eines Ortes
- §14 Verlauf der Zentrallinie (erste Methode: für gegebene Zeiten)
- §15 Extrempunkte der Zentrallinie
- §16 Zentrale Finsternis bei lokalem wahrem Mittag
- §17 Verlauf der Zentrallinie (zweite Methode: für gegebene Längen)
- §19 Nördliche und südliche Begrenzungslinie der Zone für Totalität oder Ringförmigkeit
- §21 Nördliche und südliche Begrenzungslinie der Zone mit partieller Finsternis
- §22 Kurven gleicher Finsternis-Grösse
- §23 Lokale Verhältnisse

Ich habe mich (vorläufig) auf die §§ 14 und 23 beschränkt, es sind diejenigen Abschnitt, welche für mich den grössten praktischen Nutzen bringen.
Die Tabellen-Kalkulkation«Excel» bietet sich als vielseitiges, einfach handhabbares und daher ideales Rechnungsprogramm an. Diese Tabellen sind bei mir sorgfältig dokumentiert und erklärt: Im Anleitungsbuch von Meeus habe ich die Formeln nummeriert. Diese Nummern erscheinen wieder in einer speziellen Kolonne der Excel-Tabelle, womit die Orientierung im Rechnungsdschungel so gut als möglich sichergestellt ist.

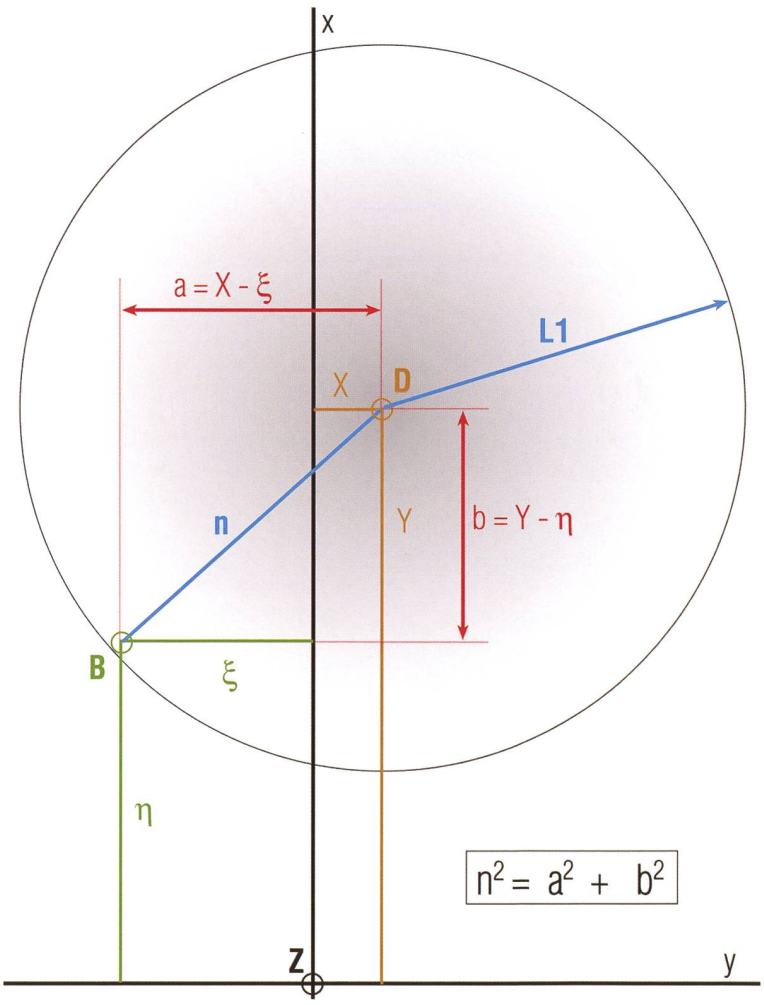
Mit Hilfe der Formeln im Buch wird nun Schritt für Schritt gerechnet. *In den folgenden Aufstellungen sind die Zeilen mit Schlussergebnissen kursiv gedruckt.*

Globale Verhältnisse rechnen (§ 14)

Eingaben:
Besselsche Elemente
Zeit T (TDT)

Berechnet werden

- Koordinaten X und Y, Deklination d, Stundenwinkel M zur Zeit T
- Stündliche Veränderung von X und Y
- B (Wurzel aus einer Summe). Wenn diese Summe negativ ist, gibt es keine reelle Wurzel. Wenn B nicht existiert gibt es für diese Zeit keine zentrale Finsternis. Die Berechnung wird in diesem Fall hier abgebrochen.
- *Geogr. Länge des Zentrallinienpunktes zur Zeit T*
  Geogr. Breite des Zentrallinienpunktes zur Zeit T
- Kernschattenradius L2'. Wenn L2' < 0 ist die Finsternis hier total, im andern Fall ringförmig (Figur 9).
- *Dauer der Totalität oder Ringförmigkeit (in Sekunden) an diesem Ort*
- *Höhe der Sonne zur Zeit T an diesem Ort*



Figur 6: Erklärung zum Iterationsverfahren für den 4. Kontakt. Verhältnisse in der Fundamentalebene zur Zeit 10:00:00 TDT mit dem Erdzentrum Z als Ursprung des Koordinatensystems x, y. L1 = Radius des Halbschattens (blau), D = Durchstosspunkt der Schattenachse mit Koordinaten (braun), B = Projizierter Ort des Beobachters mit Koordinaten (grün), a, b = Differenz der Koordinaten (rot), n = Abstand des Beobachters von der Schattenmitte (blau). Wann ist n = L1?
(Grafik nach Vorlage von E. Laager: Thomas Baer)

- *Breite der Zone für Totalität oder Ringförmigkeit an diesem Ort (in km)*
- *Verhältnis der scheinbaren Durchmesser von Sonne und Mond*

Lokale Verhältnisse rechnen (§ 23)

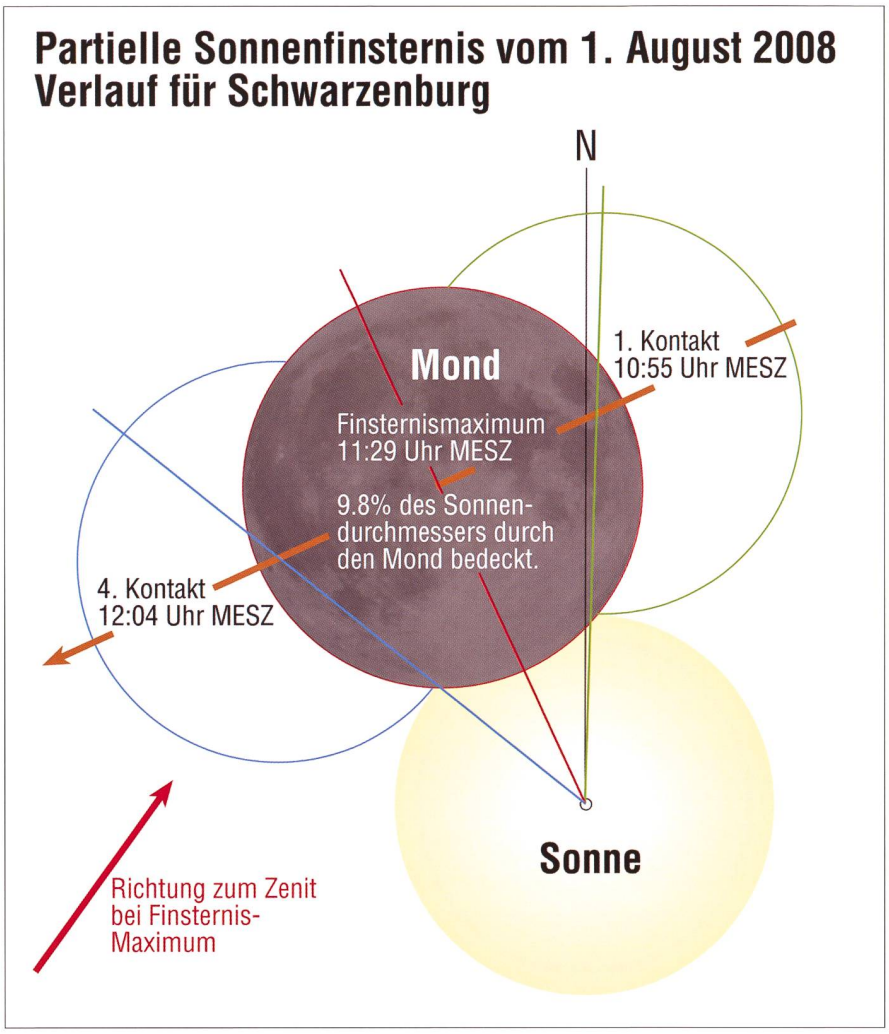
Hier betritt man nun wirklich «Neuland», d.h. man berechnet Dinge, für die man nicht ohne weiteres eine Vorlage zum Überprüfen der Ergebnisse hat, ausser etwa den Angaben im «Sternenhimmel 2008» S. 146 (Verlauf der partiellen Finsternis in einigen Städten).

Eingaben:
Besselsche Elemente
Geogr. Länge , geogr. Breite und Höhe über Meer des Beobachtungsortes

Berechnet werden

- Koordinaten X und Y, Deklination d, Stundenwinkel M zur Zeit T
- Stündliche Veränderung von X und Y
- Beobachtungsort in rechtwinkligen Koordinaten (in Bezug auf die Fundamentalebene)
- Stündliche Veränderung dieser Koordinaten
- Zeit des Finsternismaximums (TDT) durch Iteration.
- Umrechnung von TDT in UT ergibt *Zeit des Finsternismaximums für diesen Ort in UT*
- *Grösse der Finsternis in Einheiten des scheinbaren Sonnendurchmessers*
- *Verhältnis der scheinbaren Durchmesser Mond : Sonne*
- *Positionswinkel des Mondzentrums bei Finsternismaximum, gemessen vom Nordrand der Sonne aus Richtung Westen* (im Gegenuhrzeigersinn).
- Zeiten für den 1. und 4. Kontakt (Beginn und Ende der partiellen Phase) durch Iteration.
- Umrechnung der Zeiten in UT ergibt *Zeit für Beginn und Ende der partiellen Phase in UT an diesem Ort*
- *Positionswinkel für den Punkt des 1. und 4. Kontaktes am Sonnenrand, gemessen vom Nordpunkt aus*
- *Positionswinkel gemessen von der Richtung zum Zenit aus.*
- *Zeitpunkt und Positionswinkel für den 3. und 4. Kontakt.*
  Berechnung mit gleichem Formelpaket, wobei L1' durch L2' ersetzt wird.

Zum Schluss werden alle Resultate in einem übersichtlichen Ausgabefeld zusammengestellt.



Figur 7: Sonnenfinsternis vom 1. August 2008, Verlauf für einen Beobachter in Schwarzenburg. 1. Kontakt (grün), Finsternismitte (rot) und 4. Kontakt (blau). Die Bahn des Mondzentrums (braun) in Bezug auf die Sonne zeigt, dass der Mond abgehend ist, das heisst die Finsternis findet in der nähe des absteigenden Knotens statt. (Grafik nach E. Laager: Thomas Baer)

Grafisches Beispiel zur Iteration: Zeitpunkt des 4. Kontaktes

Figur 6 zeigt für die Referenzstunde T_0 die Situation auf der Fundamentalebene. Der projizierte Ort des Beobachters (B) liegt innerhalb des Halbschattenkegels, n ist kleiner als L1. Nach einer gewissen Zeit wird sich der Durchstosspunkt soweit verschoben haben, dass n = L1 wird. Dann ist B am Schattenrand, dies ist der 4. Kontakt, das Ende der partiellen Finsternis.
Dabei ist zu bedenken: Der Punkt B wandert wegen der Erddrehung ebenfalls. Man muss sich also durch eine Iteration annähern und immer neu rechnen: Wo sind die Punkte D und B? Wie lang ist n? Liegt der Beobachtungsort genau am Schattenrand? Nun suchen wir ja den 4. Kontakt nicht auf der Fundamentalebene, sondern beim Beobachter auf der Erdoberfläche. Hilfsmittel: Man legt eine Ebene parallel zur Fundamentalebene durch den wirklichen Beobachtungsort. Sämtliche Koordinaten und der Schattenradius werden auf diese neue Ebene umgerechnet und das Iterationsverfahren wird hier durchgeführt. – Auch diese Ebene ist natürlich zusammen mit dem Beobachter in Bewegung, der Abstand zur Fundamentaleben (Koordinate z) ändert sich beständig.

Anwendungen und Auswertungen

Ich will eine Figur zum Finsternisverlauf in Schwarzenburg erstellen. Dazu brauche ich folgende Resultate aus den Berechnungen: Den 1. Kontakt um 10:55:21 MESZ bei Posi-

tionswinkel 358.5° bezüglich Norden, sowie den 4. Kontakt um 12:03:34 MESZ bei Positionswinkel 50.9° bezüglich Norden. Das Verhältnis der scheinbaren Durchmesser Mond : Sonne beträgt 1.0439. Figur 7 zeigt die Konstruktion. Die Winkel werden von der Nordrichtung aus im Gegenuhrzeigersinn gemessen.

Zu beachten sind die unterschiedlichen Radien von Sonne und Mond. Die Finsternismitte habe ich rein konstruktiv ermittelt in der Annahme, das Mondzentrum wandere auf einer Geraden. Dies stimmt zwar nicht ganz genau. Am Positionswinkel für die Finsternismitte muss ich keine Korrektur anbringen, hingegen müsste ich – bei einem Sonnendurchmesser von 10 cm – das Mondzentrum um 0,7 mm nach aussen schieben. Die Bahn des Mondes bezüglich des Sonnenzentrums ist somit ganz leicht nach oben (Norden) gekrümmt.
So ist auch die Spur der Schattenachse in der Fundamentalebene (Figur 5) nicht exakt gerade, sondern ebenfalls leicht nach Norden gewölbt. Die Abweichung von der Geraden beträgt maximal 0,13 Promille des Erdradius oder 850m. Der Mond läuft auch nicht mit konstanter Geschwindigkeit. Die Zeit vom 1. Kontakt bis zur Finsternismitte ist 41 s kürzer als diejenige von der Mitte bis zum 4. Kontakt, obschon der scheinbare Weg in beiden Fällen gleich gross ist.

Die so entstandene Figur zeigt den Verlauf für die Sonne im Äquatorsystem, d.h. der Nordpunkt des Sonnenrandes ist – auch in der Zeichnung – immer oben. Während des Aufstieges der Sonne am Himmel dreht sich diese, d.h. der Nordpunkt kommt aus seiner Position am linken Rand immer weiter nach oben, bis er im wahren Mittag (Sonne um 13:37 MESZ im Süden) zu oberst ist. Anders gesagt: Es sind immer wieder andere Punkte am Sonnenrand «zu oberst», in Richtung zum Zenit. Nun liefern die Berechnungen ebenfalls die Positionswinkel von der Zenitrichtung aus gemessen. Die Differenz zum PW Nord gibt an, um wie viel Grad die Sonne gegenüber der Mittagsstellung geneigt ist.

Um den wirklichen Himmelsanblick zu erhalten, muss ich also die Abbildung um diesen (Winkel) kippen: Das Heft so drehen, dass in Figur 7 der rote Pfeil, welcher die Richtung zum Zenit angibt, senkrecht nach oben zeigt.

Ereignis	Pw. Nord	Pw. Zenit	Differenz
1. Kontakt	-1.5	38.2	39.7
Maximum	24.7	59.8	35.1
4. Kontakt	50.9	79.3	28.4
13:37 Uhr MESZ	0.0	0.0	0.0

Die Positionswinkel ändern sich permanent mit dem Sonnenstand. Die Differenz zum Pw. Nord gibt an, um wie viel Grad die Sonne gegenüber der Mittagsstellung geneigt ist.

Sonnenfinsternis vom 1. August 2008

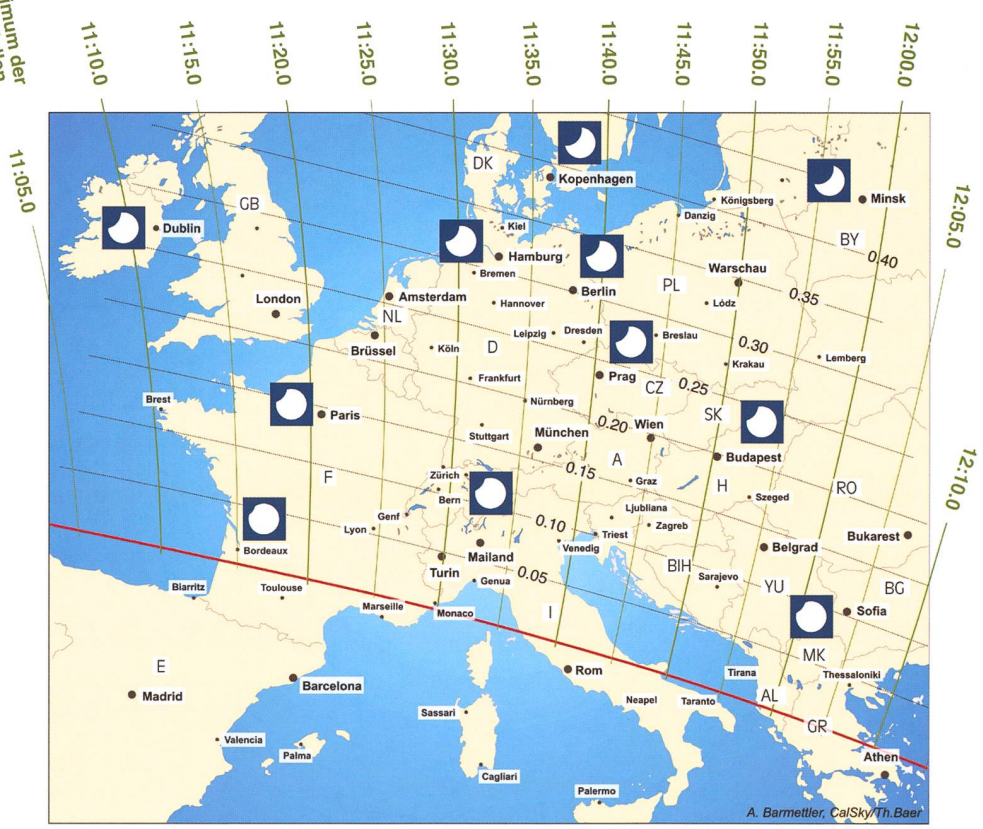
Verhältnisse an den äussersten Punkten der Schweiz

Ort	Zeiten (MESZ)			Positionswinkel ab Norden			Positionswinkel ab Zenit			Sonnenhöhe in °			Maximale Bedeckung
	Beginn	Mitte	Ende	Beginn	Mitte	Ende	Beginn	Mitte	Ende	Beginn	Mitte	Ende	Mitte
West	10:57.46	11:26.40	11:56.06	2.2	24.4	46.5	43.1	61.6	78.6	45.9	50.2	54.2	0.071
Ost	10:59.03	11:34.58	12:11.30	358.1	25.7	53.2	36.0	57.7	76.8	48.6	53.5	57.6	0.108
Süd	11:02.04	11:32.26	12:03.17	2.3	25.3	48.3	41.7	60.0	76.4	48.6	52.9	56.7	0.076
Nord	10:52.13	11:31.10	12:10.58	354.2	25.0	55.6	32.5	57.6	80.1	45.8	51.2	55.8	0.134

Tabelle 1: Diese Zusammenstellung gibt Antwort auf die Frage: Wie gross sind die Unterschiede für Sonnenfinsternisbeobachter innerhalb der Schweiz? Die Berechnungen wurden durchgeführt für die Extrempunkte, alle mit einer einheitlichen Höhe von 500m gerechnet.

Abweichungen innerhalb der Schweiz

Wie sich die Zeiten und die Grösse der Finsternis innerhalb Westeuropas verändern, zeigt die Darstellung unten. Ich habe diese Angaben für die Extrempunkte der Schweiz (alle mit 500 m Höhe) berechnet und in Tabelle 1 zusammengestellt.
Wer für eine Finsternis die Daten für seinen Beobachtungsort zur Verfügung haben möchte, kann sich beim Verfasser melden.
Ich benötige geogr. Länge, geogr. Breite und Höhe über Meer; ich lie-

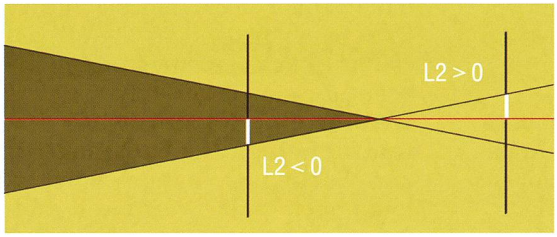


Figur 8: Die obige Darstellung zeigt die maximale Verfinsterung der Sonne am 1. August 2008 über Europa. Die Schweiz befindet sich am südlichen Rand des Halbschattens. Nach Nordosten hin nimmt der prozentuale Verfinsterungsgrad zu. In der Schweiz sind die Unterschiede minim. (Grafik aus dem «Sternenhimmel 2008», Seite 145, Thomas Baer)

Finsternisse mit grossem Gamma

Datum	Parameter			
	Gamma	Mag	Monddistanz	Radius Habschatten
4. 1. 550	-1.5674	0.0067	405'500 km	0.57434
4. 1.1639	1.5650	0.0009	396'800 km	0.56830
29. 2. 108	-1.5625	0.0082	405'300 km	0.56987
16.10.1175	-1.5690	0.0019	406'400 km	0.57314

Tabelle 2: Extrem kleine partielle Finsternisse zwischen den Jahren 0 und 2500. Die Magnitude (Mag) ist die Grösse, Anteil des maximal vom Mond verdeckten Sonnendurchmessers. Distanz Mond: Gemessen vom Erdzentrum aus, die sind Zahlen gerundet. Radius des Halbschattens (F1) in der Fundamentalebene zur Zeit der grössten Finsternis. Gamma und Radius des Halbschattens: Masseinheit ist der Erdäquator-Radius.



Figur 9: Kernschattenkegel (dunkelgrün) und Fundamentalebene (schwarz) in zwei verschiedenen Positionen in Bezug auf die Spitze des Schattenkegels. L2 (weiss) ist der Radius des Schnittkreises. Je nach Lage der Fundamentalebene ist dieser Wert (per Definition) positiv oder negativ. (Grafik nach E. Laager: Thomas Baer)

fere eine Tabelle mit Zeiten, Positionswinkel und Höhe der Sonne je für den 1. und 4. Kontakt und für das Finsternismaximum und weitere Daten.

Ergänzungen

Zu Figur 5 gibt es noch Folgendes zu sagen: Die Kennzahl Gamma gehört nicht zu den Besselschen Elementen.
Sie bezeichnet den kleinsten Abstand der Schattenachse vom Erdzentrum (in der Fundamentalebene in Erdäquator-Radien gemessen).
Ist Gamma positiv, läuft die Spur der Schattenachse nördlich des Erdzentrums durch, bei negativem Gamma südlich davon.
Je kleiner Gamma ist, desto günstiger liegt die Finsternis (längere Totalitätszonen in Äquatornähe und in mittleren Breiten).

Wenn Gamma zwischen -0.9972 und +0.9972 liegt, ist die Finsternis zentral, d.h. die Zentrallinie trifft die Erde. Der Wert ist etwas kleiner als 1 wegen der Abplattung der Erde.

Wie gross darf Gamma werden, damit sich noch eine Finsternis auf der Erdoberfläche ereignet? Ich habe dazu die ersten und letzten partiellen Finsternisse von Saros-Serien innerhalb der Jahre 0 bis 2500 untersucht. Die Extremwerte sind in der Tabelle 2 zusammengestellt. Gamma kann bei einer Finsternis um so grösser sein, je grösser der Halbschatten ist, d.h. je weiter weg der Mond ist.

Erich Laager
Schlüchtern 9
CH-3150 Schwarzenburg
erich.laager@bluewin.ch

Bibliographie und weiterführende Links

- Jean Meeus: Mathematical Astronomy Morsels, Bände 1, 2, 3, 4. (Willmann-Bell Inc. erschienen 1997 bis 2007)
- Fred Espenak: «Fifty Year Canon of Solar Eclipses: 1986 - 2035, NASA Reference Publication 1178 Revised, 1987
- http: // sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse
- http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/deltat.html
- http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/SEhelp/deltaT.html
- http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/SEhelp/deltaT2.html
- http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/uncertainty.html
- http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEsaros/SEsaros0-180.html
- Hans Roth: «Der Sternenhimmel 2008», 2007, Franckh-Kosmos Verlags-GmbH & Co. KG, Stuttgart (ISBN: 978-3-440-11035-5), Seiten 140 ff

Woher kommen die Besselschen Elemente?

Sie sind benannte nach Friedrich Wilhelm Bessel (1784 bis 1846). Bessel war Astronom, Mathematiker und Geodät.
Grundlage zur Berechnung der Elemente sind exakte Kenntnisse über die Bewegung des Mondes und der Erde.
Meeus schreibt dazu im erwähnten Buch:
Für die Bewegung der Erde (und damit die Koordinaten der Sonne) wurde die Theorie VSOP87 von P. Bretagnon und G. Francou vom Bureau des Longitudes in Paris (1987) verwendet. Diese liefert für die Planeten die ekliptikale Länge und Breite und den Radiusvektor als Summe periodischer Terme. Die Mondberechnung ist ausserordentlich kompliziert. Die Theorie ELP-2000/82 von M. Chapron-Touzé und J. Chapront (Paris, wie oben) verwendet total 37 862 periodische Terme, davon 20560 für die Länge des Mondes, 7684 für die Breite und 9618 für dessen Distanz zur Erde.
Meeus war für die Bereitstellung der Besselschen Elemente «grosszügig». Aus den erwähnten Theorie vernachlässigte er alle Terme kleiner als 0.0005 Bogensekunden für Länge und Breite und für die Distanz Erde-Sonne alle Terme kleiner als 0.000 000 001 Astronomische Einheit (150 m), für Erde-Mond alle Terme kleiner als 1 Meter. Mit diesen Theorien kann man nun für beliebig viele Zeitpunkte (sinnvollerweise während der Finsternisdauer) die Verhältnisse im Raum durch exakte Koordinaten darstellen. Anschliessend sucht man mit der Methode der kleinsten Quadrate Polynome (1. bis 3. Grades), welche diese Koordinatenwerte am besten annähern. Die Koeffizienten dieser Polynome finden wir dann in den Besselschen Elementen wieder.

Erich Laager
CH-3150 Schwarzenburg