Bestimmung der Astronomischen Einheit AE anhand des Venustransits

Autor(en): **Brodbeck, Roland**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **60 (2002)**

Heft 312

PDF erstellt am: **19.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-898519

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Bestimmung der Astronomischen Einheit AE anhand des Venustransits

ROLAND BRODBECK

Im diesem Aufsatz wird gezeigt, dass bereits ein einzelner Beobachter in der Lage ist, den Venustransit zur Bestimmung der Astronomischen Einheit AE in Metern zu verwenden (1 AE ca. gleich Abstand Sonne-Erde). Es wird der scheinbare Winkelabstand zwischen Sonne und Venus als Funktion der Zeit und der AE hergeleitet. Diese Funktion wird mit der AE als freier Parameter an die Messungen des scheinbaren Winkelabstands angepasst. Bei der Herleitung wird eine geozentrische Ephemeride von Sonne und Venus als gegeben angenommen. Besonderes Gewicht wird auf die Berücksichtigung der täglichen Parallaxe von Sonne und Venus gelegt. Mit einer Simulation wird schliesslich gezeigt, dass die Bestimmung der AE durch einen sorgfältig arbeitenden Amateurastronomen auf 2% (wenige Millionen Kilometer) genau bestimmt werden kann.

Einführung

Für den Laien mag das Ganze so klingen, als würde man heute nicht wissen, wie weit die Sonne oder die Venus entfernt ist, oder dass nach dem Transit die Distanz viel genauer bekannt sein wird als vorher. Es geht heute jedoch nicht um Forschung an der Front, sondern um persönliche Weiterbildung, die Verbindung von Theorie und Praxis, sowie um die Freude an der Astronomie. Im 18. Jahrhundert wurden grosse Anstrengungen unternommen, mit Hilfe des Venustransits den Massstab des Sonnensystems zu bestimmen. Eine massstäbliche Zeichnung des Planetensystems konnte man schon seit Kepler und Newton erstellen. Man setzte einfach die Halbachse der Erdbahn = 1 und nannte diese Strecke Astronomische Einheit (AE). Wenn man auch die Masse der Sonne anstelle des Urkilogramms in Paris als Einheitsmass für Masse nimmt, kann man die ganze Himmelsmechanik des Sonnensystems ausführen ohne zu wissen, wie schwer die Sonne wirklich ist oder wie lang die AE in Meilen oder Metern ist. Auch heute wird die Himmelsmechanik, d.h. die Bewegung von Körpern im Sonnensystem, gerne in einem Masssystem berechnet, das auf den Einheiten AE, Sonnenmasse und Tagen basiert.

Mit dem Fortschritt in der Himmelsmechanik wurde eine genauere Definition der AE notwendig: Die AE ist heute so definiert, dass ein Körper auf einer Kreisbahn mit einer AE Radius die Sonne in exakt $2\pi/k$ Tagen umläuft. Der Körper habe eine vernachlässigbare Masse und werde nicht durch dritte Körper gestört. k ist die Gaussche Gravitationskonstante. Sie ist per Definition exakt gleich 0.01720209895. Die Einheit von k^2 ist $L^3M^{-1}T^{-2}$. L steht für die Länge, die in AE angegeben wird. Die Einheit für die Masse M ist die Masse der Sonne. Die Zeit T wird in Tagen von 86400 Sekunden Länge gemessen.

Die wahre Länge der AE war im 18. Jahrhundert nur grössenordnungsmässig bekannt. Man erhoffte sich durch Beobachtung der beiden Venustransits des 18. Jahrhunderts ein Fortschritt in dieser Fragestellung. Heute, im Zeitalter interplanetarer Raumfahrt, sind die Distanzen im Sonnensystem so genau bekannt, dass die Beobachtung der Venustransits von 2004 und 2012 keinen Beitrag mehr zur Bestimmung der Länge einer AE leisten kann. Die Länge der AE in Metern ist heute dank Radarmessungen besser als auf 100 Meter genau bekannt und beträgt 149'597'870.66 Kilometer [1].



Anblick der Sonne während des Vorübergangs der Venus vor der Sonnenscheibe am 8. Juni 2004. Die Venus ist der schwarze, kreisrunde Fleck rechts unten auf der Sonne. Ansicht im Horizontsystem für Zürich zur Mitte des Transits. Realistische Simulation von A. Barmettler, CalSKY.com. Es wurde ein Bild der Sonne vom 22.8.2002, Mees Solar Observatory, Hawaii, verwendet. Am 8. Juni 2004 werden die abgebildeten Sonnenflecken nicht mehr vorhanden sein.

Alle hier beschriebenen Effekte sind längst etablierter Bestandteil der Himmelsmechanik. Der Reiz für den Amateurastronomen liegt darin, einmal mit eigenen Mitteln eine Distanz im Sonnensystem zu bestimmen und dabei selbst einiges über die Himmelsmechanik zu lernen.

Der Transit und die Distanzen

Jeder Beobachter bewegt sich einmal täglich auf einem Kreis um die Rotationsachse der Erde. Dieser Kreis hat je nach geographischer Breite einen Radius von mehreren tausend Kilometern. Die Körper unseres Sonnensystems sind nahe genug, dass sich die tägliche Bewegung um die Erdachse in einer deutlichen Parallaxe äussert. Die Parallaxe eines Objekts ist die Winkeldifferenz in der scheinbaren Richtung eines Objekts, wenn es von zwei verschiedenen Orten aus gesehen wird.

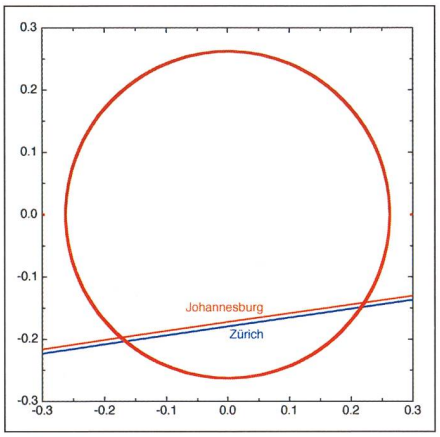


***Fig. 1**: Die Venus nimmt für Johannesburg und Zürich am 8. Juni 2004 einen leicht verschiedenen Weg über die Sonnenscheibe (roter Kreis). In dieser gespiegelten Ansicht läuft die Venus von rechts nach links. In Wirklichkeit läuft der Planet von Osten nach Westen über die Sonnenscheibe, d.h. von links nach rechts für einen Beobachter in Europa.*

Von verschiedenen Orten auf der Welt nimmt die Venus einen leicht verschiedenen Weg über die Sonne, da die Erde zwar klein im Vergleich zu den Distanzen im Sonnensystem ist, aber sie ist nicht unendlich klein. In der Figur 1 wird massstäblich richtig der Weg der Venus für Johannesburg (Südafrika) und Zürich gezeigt. Der Winkelabstand der (mehr oder weniger) parallelen Wege kann bei bekannter Distanz zwischen Johannesburg und Zürich dazu verwendet werden, die Venusdistanz zu ermitteln. Der Abstand ist die Parallaxe der Venus für die Distanz Zürich – Johannesburg. Dies war die ursprünglichste Idee, einen Venustransit zur Dis-

tanzbestimmung zu verwenden, die schon von Sir Edmond Halley erwähnt wurde.

Die aus den Keplergesetzen und dem Schwerkraftgesetz von Newton berechneten Planetenpositionen beziehen sich immer auf den Schwerpunkt (ca. Mitte, geozentrisch bzw. planetozentrisch) eines Planeten. Damit kann ohne Kenntnis der wahren Grösse einer AE der Verlauf des Transits für einen gedachten Beobachter in der Mitte der Erde berechnet werden. Es geht nun im Folgenden nicht mehr darum, die Beobachtungen zweier Astronomen auf der Erdoberfläche zu vergleichen, sondern die beobachteten Abweichungen zum berechneten geozentrischen Verlauf auszuwerten. Diese werden so formuliert, dass wir die Distanz der Venus von der Mitte der Sonnenscheibe als Funktion der Zeit, der geographischen Position des Beobachters und vor allem der in Kilometern angegebenen AE erhalten. Letztere wird unser freier Parameter sein, den wir so zu wählen haben, dass er am besten zu den Messungen passt. Die Experimentalphysiker nennen dies «Fitting».

Unsere Aufgabe ist nun, ein Modell (Computerprogramm, mathematische Formeln) für die scheinbare Bewegung von Venus und Sonne am Tag des Transits zu formulieren. Input in dieses Modell ist die Zeit, die Form der Erde, die geographische Position des Beobachters und die AE in Metern oder Kilometern. Als Resultat soll vom Modell der vom Beobachter gesehene Winkelabstand r zwischen der Mitte der Sonnenscheibe und der Mitte der Venusscheibe berechnet werden. Der Parameter des Modells, der an Messungen angeglichen werden soll, ist die AE. Der Abstand r kann mit guten Amateurmitteln auf eine, unter sehr günstigen Bedingungen vielleicht auf eine halbe Bogensekunde genau bestimmt werden. Das Modell sollte also deutlich besser als die Messgenauigkeit sein. Das Ziel sei deshalb, r auf 0.1 Bogensekunden genau vorhersagen zu können.

Die geozentrische Ephemeride setzen wir als gegeben voraus. Der Einfachheit halber stellen wir sie als Polynom dar. Dies ist möglich, da der Transit nur wenige Stunden dauert. Wir brauchen die Venus- und Sonnenposition nicht für Jahrhunderte auf 0.1 Bogensekunden genau zu berechnen. Nun muss die Frage beantwortet werden, wie sich die scheinbare Position eines Gestirns verändert, wenn der Beobachtungsort vom Erdmittelpunkt an die Erdoberfläche verlegt wird.

Die tägliche Parallaxe

Die Planeten, die Sonne und andere Körper im Sonnensystem beschreiben täglich scheinbar eine kleine Ellipse am Himmel (nicht zu verwechseln mit der elliptischen Bahn um die Sonne), die zu der geozentrisch gesehenen Bewegung noch hinzu kommt. Die Grösse der Ellipse der täglichen Parallaxe hängt neben der geographischen Breite des Beobachters insbesondere von dem Verhältnis Planetendistanz zu Erdradius ab. Da die Entfernung des Planeten in AE ausgedrückt bekannt ist, bietet sich so die Möglichkeit, die AE in Kilometer anzugeben. Der Erdradius ist schon seit der Antike bekannt und wird in unserer Rechnung als gegeben betrachtet.

Wir formulieren die tägliche Parallaxe in äquatorialen Koordinaten mit der Näherungsannahme, dass sie als Ellipse darstellbar ist. Hinzu kommt noch eine Verschiebung gegenüber dem Erdmittelpunkt, da der tägliche Kreis, den ein Beobachter beschreibt, im Allgemeinen über oder unter dem Äquator liegt. In Figur 2 würde die tägliche Parallaxe im Kreuzungspunkt der Fluchtlinien zu einem Punkt schrumpfen. Je weiter entfernt ein Objekt ist, desto kleiner die Ellipse. Der Fluchtpunkt würde einem unendlich weit entfernten Objekt entsprechen.

Da es im Folgenden um Winkel kleiner als eine Bogenminute geht, wird ohne spezielle Erwähnung von der Näherung Gebrauch gemacht, dass in Bogenmass für kleine Winkel gilt: $\sin(x) = \tan(x) = x$.

Die Ellipsen (Figur 2) lassen sich mathematisch als Funktion der Zeit wie folgt darstellen:

$$\Delta ra = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) / \cos(DK)$$

$$\Delta dk = b \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + h$$

Δra und Δdk sind die Korrekturen der geozentrischen Ephemeride aufgrund der täglichen Parallaxe. Die Multiplikation mit 1/cos(DK) in der Formel für Δra skaliert den Winkelabstand, da nur am Himmeläquator ein Rektaszensions-Grad auch einem Winkelgrad entspricht. Die grosse Halbachse a der Ellipse ist der Radius des Kleinkreises, auf dem sich der Beobachter auf der geographischen Breite B täglich bewegt, geteilt durch die Distanz des beobachteten Objekts. Anders formuliert ist a der Winkel, unter dem der Radius des Kleinkreises vom Objekt gesehen wird. R sei der Erdradius. Damit wird der Radius des Kreises, auf dem sich ein Beobachter bewegt, gleich $R \cdot \cos(B)$. Für ein im Vergleich zur Grösse der Erde weit entferntes Objekt mit der Distanz D wird die grosse Halbachse der täglichen Parallaxe (in Bogenmass)

$$a = \frac{R}{D \cdot AE} \cdot \cos(B)$$

und die kleine Halbachse

$$b = a \cdot \sin(DK).$$

DK sei die Deklination des beobachteten Gestirns. Wir nähern DK durch die geozentrische Deklination an. D sei die Distanz des Objekts in AE. Die Winkeldistanz h ist die Verschiebung der Ellipse bezüglich des Fluchtpunktes in Deklination.

$$h = \frac{-R}{D \cdot AE} \cdot \sin(B) \cdot \cos(DK)$$

Die scheinbare Bewegung des Objekts auf der Ellipse interpretieren wir als Lissajous-Figur mit gleicher Kreisfrequenz für beide Achsen. Nun muss die Kreisfrequenz und die Phase be-

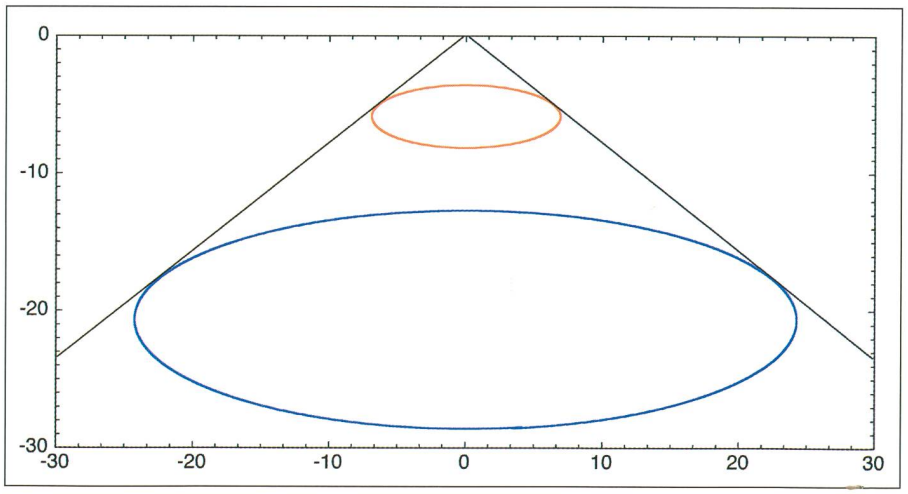


***Fig. 2**: Tägliche Parallaxe der Venus (blau) und der Sonne (gelb) am Tag des Transits für einen Beobachter in Zürich (für ganz Europa wird sie nicht wesentlich anders aussehen). Die grauen Linien symbolisieren die Fluchtlinien. Je weiter ein Objekt entfernt ist, desto kleiner fällt seine tägliche Parallaxe aus. Die x-Achse verläuft parallel zum Himmelsäquator, die y-Achse entspricht dem Unterschied in Deklination zwischen geozentrischer und topozentrischer Beobachterposition. Die Winkel sind in Bogensekunden angegeben.*

stimmt werden. Hätte das beobachtete Gestirn eine konstante Rektaszension, so würde ein Umlauf um die Ellipse in einem Sterntag stattfinden. Planeten bewegen sich jedoch vor dem Sternenhintergrund. Als Näherung kann man die Zeitdifferenz zwischen zwei Meridiandurchgängen $T_{m2} - T_{m1}$ als «Umlaufzeit» des Gestirns auf der Ellipse der täglichen Parallaxe verwenden. Beim Meridiandurchgang zum Zeitpunkt T_m ist die Korrektur Δra in Rektaszension gleich null. Deshalb gilt:

$$\Delta ra = a \cdot \sin(\omega \cdot T_m + \varphi) = 0$$

$$\omega \cdot T_m + \varphi = 0$$

$$\varphi = -\omega \cdot T_m$$

Die ganze Ellipse der täglichen Parallaxe ist gegenüber der geozentrischen Position noch in Richtung Deklination verschoben, so dass die vollständigen Formeln zur täglichen Parallaxe wie folgt lauten:

$$\Delta ra = \frac{R}{D \cdot AE} \cdot \cos(B) \cdot \sin\left(\omega \cdot (t - T_m)\right) / \cos(DK)$$

$$\Delta dk = \frac{R}{D \cdot AE} \cdot [\cos(B) \cdot \sin(DK) \cdot \cos\left(\omega \cdot (t - T_m)\right) - \sin(B) \cdot \cos(DK)]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{m2} - T_{m1}}$$

D ist die Distanz des Objekts in AE. Aus der geozentrischen Ephemeride, die auf Newtons Gravitationsgesetz basiert, können wir die Distanz D der Sonne oder des Planeten in AE entnehmen. Der Erdradius R ist in Kilometer. D im Nenner muss deshalb mit dem in unserer Aufgabenstellung noch als unbekannt geltenden Wert von AE in Kilometer multipliziert werden. Erdbahn und Venusbahn sind fast kreisförmig. Wir können deshalb die geringe Distanzänderung während des Transits vernachlässigen.

Die geozentrische Ephemeride für Rektaszension und Deklination nähern wir durch den quadratischen Ansatz

$$DK(t) = dk_0 + t \cdot \dot{dk} + t^2 \cdot \ddot{dk}$$

$$RA(t) = ra_0 + t \cdot \dot{ra} + t^2 \cdot \ddot{ra}$$

an. Die Koeffizienten dieser Polynome werden durch ein Fit durch eine von der NASA gelieferten geozentrischen Ephemeride [2] gefunden. Dabei wird für den Fit nur die erste Hälfte des Transittages berücksichtigt. Zu dieser geozentrischen Bewegung addieren wir die tägliche Parallaxe hinzu. Mit den richtigen Vorzeichen lautet somit unser Modell für die Bewegung eines Gestirns im Laufe einiger Stunden:

$$ra(t) = RA(t) - \frac{R}{D \cdot AE} \cdot \frac{\cos(B) \cdot \sin(\omega \cdot (t - T_m))}{\cos(DK(t))}$$

$$dk(t) = DK(t) + \frac{R}{D \cdot AE} \cdot [\cos(B) \cdot \sin(DK(t))$$

$$\cdot \cos(\omega \cdot (t - T_m)) - \sin(B) \cdot \cos(DK(t))]$$

Die genauen Parameter für den Venustransit vom 8. Juni 2004 findet man in dem im Anhang abgedruckten Programm.

Berücksichtigung der täglichen stellaren Abberation

In Figur 3 wird die mit unserem Modell berechneten Positionen der Sonne mit der Ephemeride vom JPL/NASA (online Ephemeridengenerator «Horizons») für Zürich verglichen und die Differenz graphisch dargestellt. In Rektaszension ist der Fehler oft noch grösser als die von uns eingangs geforderte Genauigkeit von 0.1 Bogensekunden.

Es fällt auf, dass der Fehler periodisch ist, und er erreicht in Rektaszension beim Meridiandurchgang (Mittagstellung) die grösste Abweichung, obwohl dann der Einfluss der täglichen Parallaxe auf die Rektaszension eigentlich verschwinden müsste. Offenbar ist unser Modell des Einflusses der täglichen Drehung des Beobachters um die Erdachse noch nicht vollständig.

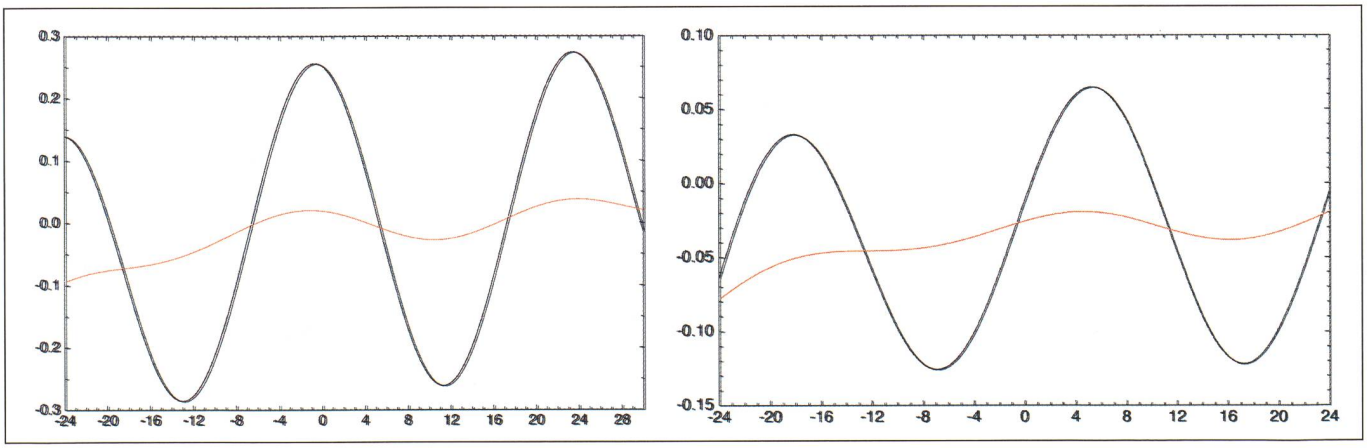
Der noch nicht berücksichtigte Effekt heisst tägliche stellare Abberation. Die Abberation ist ein Effekt der endlichen Lichtgeschwindigkeit. Ein Beobachter, der eine Geschwindigkeitskomponente v senkrecht zur Blickrichtung zum Objekt aufweist, muss sein Teleskop um den Winkel v/c (Bogenmass) neigen, um das Objekt im Blickfeld zu halten. Es sei c die Lichtgeschwindigkeit. Ein Beobachter in mittleren geographischen Breiten bewegt sich ca. mit Schallgeschwindigkeit (ca. 300 m/s) Richtung Osten. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt jedoch 300 Mio. m/s. Die zu erwartende Korrektur wird 300/300 Mio. = ein Millionstel in Bogenmass betragen oder umgerechtet 0.2 Bogensekunden. Damit ist der wesentliche Teil des verbleibenden Fehlers auf die tägliche Abberation zurückzuführen.

Die tägliche stellare Abberation hängt nicht von der Distanz des Objekts, sondern nur von der Blickrichtung ab. Während des Transits sehen wir Sonne und Venus in (fast) derselben Richtung, sonst gäbe es keinen Transit. Deshalb werden Sonne und Venus dieselbe tägliche stellare Abberation aufweisen. Der Einfluss auf den Winkelabstand zwischen Venus und Sonne kann problemlos vernachlässigt werden. Die wesentlich grössere Abberation aufgrund der Bewegung der Erde um die Sonne wurde in der geozentrischen Ephemeride bereits von der NASA berücksichtigt und damit auch in der geozentrischen Ephemeride dieses Modells.

Abstand der Venus von der Sonnenmitte

Auch die Sonne weist eine tägliche Parallaxe auf. Ihre scheinbare Position wird ebenfalls durch die oben stehende

***Fig. 3**: Die schwarze Linie zeigt den Fehler des Modells für Rektaszension (links) und Deklination (rechts) in Bogensekunden. Die Zeiten sind in Stunden Weltzeit am Transittag 8. Juni 2004 angegeben. Es fällt auf, dass der Fehler offenbar periodisch zu- und abnimmt. Die rote Linie zeigt den Fehler unter Berücksichtigung der täglichen Abberation.*



Formel angenähert werden. Der Winkelabstand zwischen der Mitte der Sonnenscheibe und der Mitte des Venusscheibchens sei r(t) = Abstand(ra_v(t),dk_v(t), ra_s(t), dk_s(t)). Die Indizes s und v bezeichnen dabei Koordinaten der Sonne bzw. der Venus.

Der Winkelabstand β zwischen zwei Punkten (ra_v, dk_v) und (ra_s, dk_s) auf der Einheitskugel berechnet sich wie folgt:

$$\cos(\beta) = \cos(ra_v) \cdot \cos(ra_s) \cdot \cos(dk_v) \cdot \cos(dk_s) + \sin(ra_v) \cdot \sin(ra_s) \cdot \cos(dk_v) \cdot \cos(dk_s) + \sin(dk_v) \cdot \sin(dk_s)$$

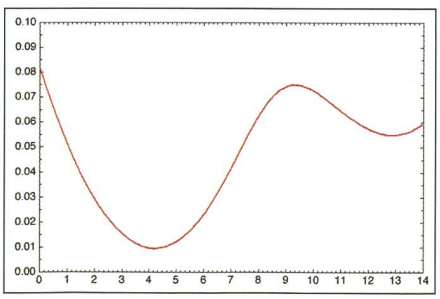
Deshalb ist der Abstand

$$(ra_v(t), dk_v(t), ra_s(t), dk_s(t)) = \arccos(\beta) = r(t, AE).$$

Den zeitlichen Verlauf der Position von Sonne und Venus kann mit dem oben erläuterten Modell beschrieben werden. Einzige Unbekannte in diesem Modell ist die AE in Metern oder Kilometern. Deshalb können wir den Winkelabstand r zwischen Sonne und Venus als Funktion der Zeit t und der AE alleine auffassen. Die AE ist unser Parameter, der so optimiert werden muss, dass das Modell den während des Transits gemachten Beobachtungen möglichst gut entspricht. Dies ist eine in der Experimentalphysik übliche Vorgehensweise. Hier hat man den Vorteil, dass nur ein Parameter im Modell angepasst (optimiert) werden muss. Bei andern Problemen in der Wissenschaft müssen oft viele Parameter eines Modells an die Messungen angepasst («gefittet») werden. Für die Beispiele in diesem Artikel wurde eine sog. Least-Square-Methode nach Levenberg-Marquardt angewandt [3].

Der Vergleich zwischen dem mit der JPL-Ephemeride berechneten Abstand und unserem Modell in Figur 4 zeigt,

***Fig. 4**: Differenz zwischen dem hier beschriebenen Modell mit dem tatsächlichen Wert für AE und der JPL/NASA-Ephemeride. Mit beiden wurde der Abstand zwischen Venusscheibe und Sonnenscheibe berechnet und die Differenz in Bogensekunden als Funktion der Zeit in Stunden Weltzeit am 8. Juni 2004 gezeichnet.*



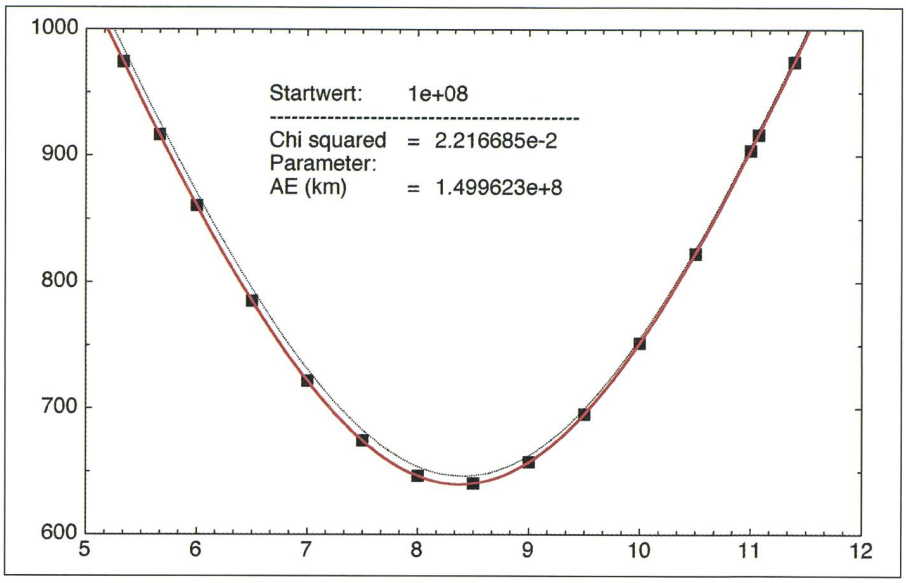


***Fig. 5**: Simulation der Messung von der Winkeldistanz zwischen Venus und Sonne. Gestrichelt ist die Funktion r(t, AE=100 Mio. km) dargestellt, die als Ausgang für den «Fit» nach AE gebraucht wurde. Die durchgezogene Linie entspricht dem besten passenden Wert für AE. Die x-Achse zeigt die Zeit in Sunden Weltzeit am 8. Juni 2004, die y-Achse den scheinbaren Abstand zwischen Sonne und Venus in Bogensekunden.*

dass wir den Abstand von Sonne und Venus für die Dauer des Transits auf besser als 0.1 Bogensekunden genau modellieren können. Auf der x-Achse ist die Zeit in Stunden Weltzeit am 8. Juni 2004 vermerkt. Die y-Achse zeigt die Differenz zwischen JPL-Ephemeride und dem Modell in Bogensekunden. Realistisch gesehen wird man mit üblichen Mitteln die relative Position der Venus zur Sonnenscheibe auf eine Bogensekunde genau bestimmen können. Deshalb ist zu erwarten, dass mit dem hier erläuterten Modell die Bestimmung der Venusdistanz (oder Distanz der Sonne) durch die Messgenauigkeit und nicht durch das Modell selbst limitiert wird.

Simulation einer Messung

Bei den vier Kontakten der Venus mit dem Sonnenrand ist der Abstand r vorgegeben und somit unabhängiger von allfälligen optischen Verzerrungen des verwendeten Instruments. Man kann natürlich auch während des ganzen Transits die Distanz der Mitte des Venusscheibchens zur Sonnenmitte in regelmässigen Zeitintervallen bestimmen. Wir nehmen an, ein Beobachter in Zürich messe die vier Kontakte und während des Transits den Winkelabstand der Venusmitte zur Sonnenmitte alle halbe Stunde. Zuerst nehmen wir direkt die Ephemeride der NASA. Dazu müsste unser Beobachter die Abstände auf 1/100 Bogensekunde genau bestimmen, was ihn natürlich überfordert. Mit dieser Simulation soll das Modell getestet werden. Man erhält 1 AE = 149.996 Millionen Kilometer (richtig wäre 149.60 Mio. km). Somit können wir schon aufgrund des Fehlers des Modells von 0.1" nicht erwarten, die AE besser als auf 1/2 Million km genau zu bestimmen. Auch die Verwendung von mehr Messpunkten hilft hier nicht weiter.

Realistischer ist die Annahme von Messungen, die +/- eine Bogensekunde genau sind. Mit diesen Messungen würde man 1 AE = 151.65 Mio. km errechnen. Dies ist nur 2 Millionen km zu gross. Dazu waren nur die Messungen eines Beobachters an einem festen Ort auf der Erde notwendig, die für die Bestimmung der täglichen Parallaxe verwendet wurden. Angesichts des doch kleinen Einflusses der täglichen Parallaxe auf die Gestirnpositionen ist die Genauigkeit der mit den Parallaxen berechneten AE von besser als 2% ein beachtliches Ergebnis (siehe Figur 5 und 6).

Schlussfolgerungen und Ausblick

Als Fazit kann man festhalten, dass es mit der in diesem Artikel beschriebenen Methode durchaus möglich ist, die astronomische Einheit (AE) mit guten Amateurmitteln, gewissenhaften Vorbereitungen und sorgfältiger Beobachtung auf wenige Millionen Kilometer genau zu bestimmen. Wer möchte, könnte noch versuchen, das Modell zu verbessern. Anstatt eine kugelförmige Erde anzunehmen, könnte man präzisere Transformationen von geozentrischen Koordinaten auf ein auf einen Punkt an der Oberfläche eines Ellipsoids (z.B. WGS84) verwenden. Der Radius des Kleinkreises wird so ein paar Kilometer kürzer. Dann ist es empfehlenswert, die

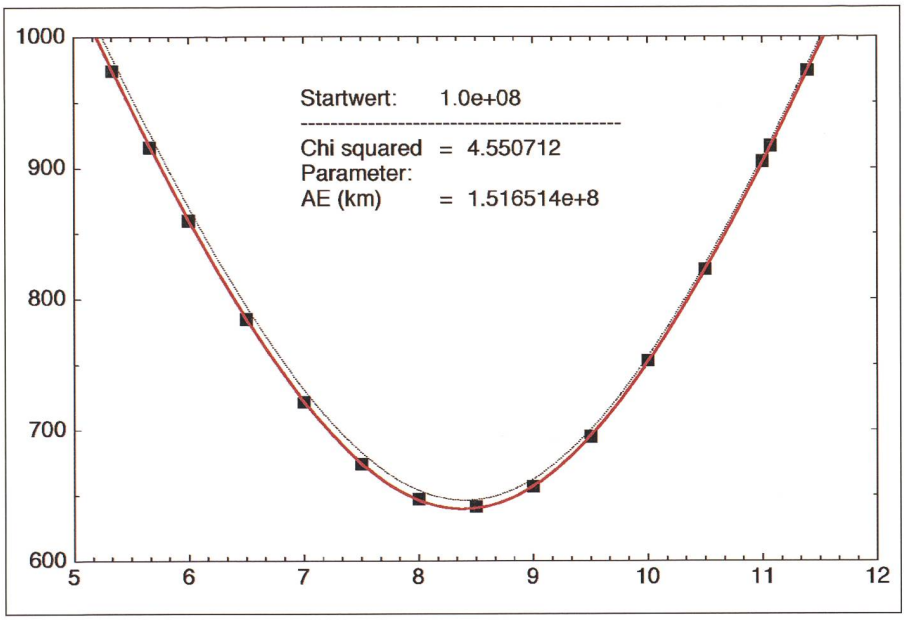


***Fig. 6**: Simulation der Messung von der Winkeldistanz zwischen Venus und Sonne. Im Unterschied zu Graphik 3 wurden die simulierten Messungen mit einem zufälligen Fehler von einer Bogensekunde versehen. Dies entspricht schon eher den praktischen Möglichkeiten eines Amateurastronomen. Die gestrichelte Linie ist der mit dem Startwert berechnete Abstand von der Sonnenmitte.*

Koordinatentransformation in kartesischen Koordinaten durchzuführen.

Auch darf nicht verschwiegen werden, dass das Problem der geozentrischen Ephemeride hier nicht behandelt wurde. Eigentlich müsste man ebenfalls versuchen, diese mit Amateurmitteln zu bestimmen. Das würde jedoch jahrelange sorgfältige Beobachtungen voraussetzen, was wohl zu weit führen würde.

Anhang

Hier findet man ein Listing der Referenzfunktion für den Fit durch die simulierten Messungen in der Programmiersprache C++. Erläuterungen findet man im Artikel. Programmiert vom Autor.

```
double Abstand(double t,                                        // t ist die Zeit in Stunden seit Mitternacht
                                                                // am 8.Juni  2002 (Weltzeit, UT)
               double AE                                        // die Astronomische Einheit in Kilometer
                                 )
{

   double  c = 299792.458,                                      // Die Lichtgeschwindigkeit in Kilometer pro Sekunde
           DistanzVenus,DistanzSonne,
           RektaszensionSonne, DeklinationSonne,                // die Koordinaten, wie sie der Beobachter sieht.
           RektaszensionVenus,DeklinationVenus,
           TransitVenus, TransitSonne,                          // Zeitpunkt des Meridiandurchgangs in Stunden
           Breite,Erdradius,w,
           DK, RA, v, R,
           pi = 3.14159265358979323846264338327 95,
           DEG = 180.0/pi;

    DistanzVenus = 0.28885;                                     // Distanz in Astronomischen Einheiten
                                                                // AE um 8 Uhr Weltzeit
    DistanzSonne = 1.0150556678;                                // Distanz in Astronomischen Einheiten AE um 8
                                                                // Uhr Weltzeit
    Erdradius = 6378.14;                                        // In Kilometer
    Breite = 47.35/DEG;                                         // die geographische Breite, hier Zuerich
    R = Erdradius/(DistanzSonne*AE);
    TransitVenus = 11.4;                                        // Meridiandurchgang fuer Zuerich (Weltzeit),
    TransitSonne = 11.4;                                        // so kommt indirekt die geogr. Laenge in die
                                                                // Rechnung.


    //SONNE
    w = 2*pi/(24.0);
    DK = (22.856711 +3.711815e-3*t -5.809023e-6*t*t)/DEG;       // geozentrische Deklination
    RA = (76.460762 + 4.305435e-2*t + 9.915028e-7*t*t)/DEG;     // geozentrische Rektaszension
    RektaszensionSonne =   RA -  R*cos(Breite)*sin(w*(t-TransitSonne))/cos(DK);
    DeklinationSonne =     DK +  R*(cos(Breite)*sin(DK)*cos(w*(t-TransitSonne)) - sin(Breite)*cos(DK));

    //VENUS
    R = Erdradius/(DistanzVenus*AE);
    w = 2*pi/(24.0 - 6.5/60.0);
    DK = (22.819361 -1.214911e-2*t -2.001258e-6*t*t)/DEG;       // geozentrische Deklination
    RA = (77.091779 -2.735496e-2*t + 2.691922e-6*t*t)/DEG;      // geozentrische Rektaszension
    RektaszensionVenus = RA - R*cos(Breite)*sin(w*(t-TransitVenus))/cos(DK);
    DeklinationVenus =   DK + R*(cos(Breite)*sin(DK)*cos(w*(t-TransitVenus))
                              - sin(Breite)*cos(DK));

    return   3600*DEG*acos(
                  cos(RektaszensionSonne)*cos(RektaszensionVenus)*cos(DeklinationSonne)*cos(DeklinationVenus)
                  +sin(RektaszensionSonne)*sin(RektaszensionVenus)*cos(DeklinationSonne)*cos(DeklinationVenus)
                  +sin(DeklinationSonne)*sin(DeklinationVenus) );

     // Es wird der scheinbare Abstand zwischen der Venusscheibe und der Sonnenscheibe in Bogensekunden zurückgegeben.

}
```

Die Abkürzung über vorhandene geozentrische Ephemeriden der Profis kann hier in Kauf genommen werden, zumal ja für alle der Lerneffekt, das gemeinsame Beobachten und das Erreichen eines gemeinsamen Ergebnisses im Vordergrund stehen. Wem das nicht genügt, kann auch versuchen, die Koeffizienten des Polynoms der geozentrischen Ephemeride ebenfalls durch einen Fit zu bestimmten. Die Verwendung von Messdaten von verschiedenen Orten könnte dafür besser geeignet sein als nur mit Beobachtungen von einem Ort. Dies könnte durch Simulationen genauer untersucht werden.

Eine Übersicht über Koordinatensysteme, Transformationen zwischen verschiedenen Koordinatensystemen und Ephemeridenrechnung findet man in [4]. In der Zeitschrift Orion wurde von Blatter eine gute Übersicht über grundsätzliche mathematische Eigenschaften eines Venustransits gegeben [5]. Sekundengenaue Kontaktzeiten für jeden Ort auf der Erde und für alle Venus- und Merkurtransite vergangener und künftiger Jahrtausende findet man im Online-Rechner CalSKY von *astro!nfo*, erreichbar unter der Internetadresse http://www.astronomie.info/calsky/Sun/index.html/7. CalSKY wurde vom *astro!nfo*-Mitglied Arnold Barmettler selbst entwickelt [6].

Internethinweise

http://eclipse.astronomie.info/transit/
Ausführliche Informationen über Merkur- und Venustransit von *astro!nfo*.
http://www.calsky.com/cs.cgi/Sun/7
Sekundengenaue Kontaktzeiten für jeden Ort auf der Erde und für alle Venus- und Merkurtransite vergangener und künftiger Jahrtausende findet man im Online-Rechner CalSKY, der vom *astro!nfo*-Vorstandsmitglied Arnold Barmettler selbst entwickelt wurde.
Der Internetservice astro!nfo, *www.astroinfo.ch, ist eine Dienstleistung in Zusammenarbeit mit der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft (SAG). Verantwortlich für* astro!nfo *ist der Verein Astroinfo mit Sitz in Bülach. Präsident: Matthias Cramer, Buchs ZH. Internetprovider: Dolphins Network Systems AG, CH-8112 Otelfingen.*

Über den Autor

Dr. ROLAND BRODBECK promovierte 1998 an der Eidgenössischen Technischen Hochschule ETH in Experimentalphysik. Er arbeitet nebenamtlich als Demonstrator an der Urania-Sternwarte Zürich und beim Internetservice *astro!nfo*, www.astronomie.info. Die Internetseite des Autors zum kommenden Venus- und Merkurtransit findet man unter:
http://eclipse.astronomie.info/transit/.
E-mail: brodbeck@astronomie.info

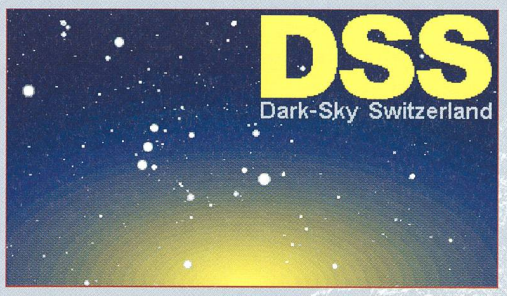
Danksagung

Der Autor möchte sich bei Arnold Barmettler für die Durchsicht und die wertvollen Hinweise bedanken.

ROLAND BRODBECK
Im Berg 3, CH-8259 Kaltenbach

Bibliographie

[1] Astronomical Almanac of the Year 2002, ISBN 0 11 887315 6.
[2] GIORGINI, J.D., YEOMANS, D.K., CHAMBERLIN, A.B., CHODAS, P.W., JACOBSON, R.A., KEESEY, M.S., LIESKE, J.H., OSTRO, S.J., STANDISH, E.M., WIMBERLY, R.N., «JPL's On-Line Solar System Data Service», *Bulletin of the American Astronomical Society* **28**(3), p 1158, 1996. Internet: http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.html
[3] MARQUARDT, D.W. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, **11**, pp 431-441, 1963
[4] MONTENBRUCK, O., PFLEGER T., *Astronomie mit dem Personal Computer*, Springer Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 3-540-66218-9, 1999.
[5] *Blatter H., Montandon, R.O., Venustransit 2004*, **Orion**, ISSN 0030-557 X, **307**, pp 3-9, 2001. Fortsetzung in **Orion 311**, p 11, 2002.
[6] BARMETTLER, A., *Astronomische Online Software CalSKY*, Internet: http://www.calsky.com/, 2002.



Dark-Sky Switzerland

Gruppe für eine effiziente Aussenbeleuchtung
Fachgruppe der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Mitglied der International Dark-Sky Association

www.darksky.ch info@darksky.ch

Wir brauchen Ihre Unterstützung, denn wir wollen

- die Bevölkerung über Lichtverschmutzung aufklären
- Behörden und Planer bei Beleuchtungskonzepten beraten
- neue Gesetzestexte schaffen



Dazu brauchen wir finanzielle Mittel* und sind auf Ihren Beitrag angewiesen. Ihr Beitrag zählt und ist eine Investition in die Qualität des Nachthimmels. Direkt auf PC 85-190167-2 oder über www.darksky.ch

DSS Dark-Sky Switzerland - Postfach - 8712 Stäfa - PC 85-190167-2

* z.B. für Pressedokumentation, Material, Porto, Telefon