

# Freitag der 13. mit Vollmond

Autor(en): **Friedli, T.K.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **51 (1993)**

Heft 257

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-898199>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.



# Freitag der 13. mit Vollmond

T. K. Friedli

## Einleitung

Vor fünf Jahren stellte Erich Laager am Ende eines ORION – Artikels die Frage: *“Wie häufig trifft der Vollmond auf einen Freitag, den Dreizehnten? – Gibt es dazu Untersuchungen oder weiss jemand, wie man das Problem anpacken müsste?”* (Laager 1988). Später wurden dann mit unterschiedlichen Methoden erarbeitete Lösungen veröffentlicht (Laager 1990). Untersucht wurde dabei durchwegs die Häufigkeit, mit der der astronomisch berechnete Vollmond auf einen Freitag den 13. fällt. Im vorliegenden Beitrag möchte ich der Frage nachgehen, wie oft denn der **gregorianische, zyklisch bestimmte Vollmond** auf einen Freitag den 13. fällt.

Motiviert wird diese Fragestellung durch die Tatsache, dass der gregorianische Kalender de jure ein Lunisolarkalender ist. De facto findet diese Eigenschaft aber nur an einer einzigen Stelle – nämlich bei der Berechnung des berühmten Ostervollmondes – Verwendung, obwohl die gregorianische Kalendertheorie nicht nur den Ostervollmond, sondern alle Vollmonde, ja überhaupt alle (zyklischen) Mondphasen des Jahres liefern würde. Gegenüber der astronomischen hat die zyklische Methode den Vorteil, dass die Problemlösung nicht nur in einem Intervall von wenigen Tausend Jahren, sondern im Rahmen der Theorie **für immer** gilt. Dagegen lässt sich zu Recht einwenden, dass die zyklisch bestimmten mit den astronomisch berechneten Epochen nicht immer übereinstimmen, doch müsste man in den astronomischen Berechnungen umgekehrt auch berücksichtigen, dass die exakten Vollmondepochen (wie übrigens auch die Neumondepochen) ohne genau vorbereitete, aufmerksame Beobachtung oder ohne instrumentelle Hilfsmittel gar nicht bestimmt werden können: gewisse Zeit vor und nach der wirklichen Oppositionsepoche können Unvorbereitete meist nicht entscheiden, ob der Mond noch zunimmt oder bereits wieder abnimmt. Die gregorianischen, zyklisch bestimmten Vollmondepochen weichen aber in historisch relevanten Zeiten nie mehr als ein, zwei Tage von den astronomisch berechneten ab (vgl. Tab.1), so dass mit gewisser Berechtigung vom gregorianischen Vollmond als dem *“bürgerlichen”* Vollmond gesprochen werden kann.

Ich habe mich bemüht, die logische Struktur des gregorianischen Kalenders möglichst ohne ausufernde geschichtliche Hintergründe – Interessenten seien auf (Ginzel 1906) verwiesen – wiederzugeben, so dass Experimentierfreudige ihre Ideen und Vermutungen auch ohne fremde Hilfe rechnerisch nachprüfen können.

## Das allgemeine Kalenderproblem

Grundlage des gregorianischen Kalenders sind das tropische Jahr und der synodische Monat. Während das tropische Jahr die Abfolge der Jahreszeiten und damit die Saat- und Erntezeiten festlegt, beeinflusst der Mond in erstaunlich launischem Zyklus unser alltägliches Leben, denken wir etwa an den ausgeprägten Lichtwechsel und die Gezeiten. Nicht zu vergessen sind auch diverse psychologische Momente, etwa die *“Mondsucht”* gewisser Menschen und Tiere, der Einfluss des *“Obsigens”* und *“Nidsigens”* auf die Entwicklung gewisser

| Berechnet  | Differenz | Zyklisch   | Berechnet  | Differenz | Zyklisch   |
|------------|-----------|------------|------------|-----------|------------|
| 21.01.1989 | +1        | 22.01.1989 | 19.01.1992 | 0         | 19.01.1992 |
| 20.02.1989 | +1        | 21.02.1989 | 18.02.1992 | -1        | 17.02.1992 |
| 22.03.1989 | 0         | 22.03.1989 | 18.03.1992 | +1        | 19.02.1992 |
| 21.04.1989 | 0         | 21.04.1989 | 17.04.1992 | 0         | 17.04.1992 |
| 20.05.1989 | 0         | 20.05.1989 | 16.05.1992 | +1        | 17.05.1992 |
| 19.06.1989 | 0         | 19.06.1989 | 15.06.1992 | 0         | 15.06.1992 |
| 18.07.1989 | 0         | 18.07.1989 | 14.07.1992 | +1        | 15.07.1992 |
| 17.08.1989 | 0         | 17.08.1989 | 13.08.1992 | 0         | 13.08.1992 |
| 15.09.1989 | 0         | 15.09.1989 | 12.09.1992 | 0         | 12.09.1992 |
| 14.10.1989 | +1        | 15.10.1989 | 11.10.1992 | 0         | 11.10.1992 |
| 13.11.1989 | 0         | 13.11.1989 | 10.11.1992 | 0         | 10.11.1992 |
| 12.12.1989 | +1        | 13.12.1989 | 09.12.1992 | 0         | 09.12.1992 |
| 11.01.1990 | 0         | 11.01.1990 | 08.01.1993 | 0         | 08.01.1993 |
| 09.02.1990 | +1        | 10.02.1990 | 06.02.1993 | +1        | 07.02.1993 |
| 11.03.1990 | 0         | 11.03.1990 | 08.03.1993 | 0         | 08.03.1993 |
| 10.04.1990 | 0         | 10.04.1990 | 06.04.1993 | +1        | 07.04.1993 |
| 09.05.1990 | 0         | 09.05.1990 | 06.05.1993 | 0         | 06.05.1993 |
| 08.06.1990 | 0         | 08.06.1990 | 04.06.1993 | +1        | 05.06.1993 |
| 08.07.1990 | -1        | 07.07.1990 | 03.07.1993 | +1        | 04.07.1993 |
| 06.08.1990 | 0         | 06.08.1990 | 02.08.1993 | +1        | 03.08.1993 |
| 05.09.1990 | -1        | 04.09.1990 | 01.09.1993 | 0         | 01.09.1993 |
| 04.10.1990 | 0         | 04.10.1990 | 30.09.1993 | +1        | 01.10.1993 |
| 02.11.1990 | 0         | 02.11.1990 | 30.10.1993 | 0         | 30.10.1993 |
| 02.12.1990 | 0         | 02.12.1990 | 29.11.1993 | 0         | 29.11.1993 |
| 31.12.1990 | 0         | 31.12.1990 | 28.12.1993 | 0         | 28.12.1993 |
| 30.01.1991 | 0         | 30.01.1991 | 27.01.1994 | 0         | 27.01.1994 |
| 28.02.1991 | 0         | 28.02.1991 | 26.02.1994 | -1        | 25.02.1994 |
| 30.03.1991 | 0         | 30.03.1991 | 27.03.1994 | 0         | 27.03.1994 |
| 28.04.1991 | 0         | 28.04.1991 | 25.04.1994 | 0         | 25.04.1994 |
| 28.05.1991 | 0         | 28.05.1991 | 25.05.1994 | 0         | 25.05.1994 |
| 27.06.1991 | -1        | 26.06.1991 | 23.06.1994 | 0         | 23.06.1994 |
| 26.07.1991 | 0         | 26.07.1991 | 22.07.1994 | +1        | 23.07.1994 |
| 25.08.1991 | -1        | 24.08.1991 | 21.08.1994 | 0         | 21.08.1994 |
| 23.09.1991 | 0         | 23.09.1991 | 19.09.1994 | +1        | 20.09.1994 |
| 23.10.1991 | -1        | 22.10.1991 | 19.10.1994 | 0         | 19.10.1994 |
| 21.11.1991 | 0         | 21.11.1991 | 18.11.1994 | 0         | 18.11.1994 |
| 21.12.1991 | -1        | 20.12.1991 | 18.12.1994 | -1        | 17.12.1994 |

Tabelle 1: Berechnete contra zyklisch bestimmte Vollmondepochen 1989-94

Pflanzen und die vor allem in prähistorischen Zeiten stark beachtete auffallende Nähe des synodischen Monats zur Dauer des weiblichen Zyklus.

Kalender beruhen auf Abzählung; ihre Parameter sind ganzzahlig. Leider stehen aber die Längen des tropischen Jahres, des synodischen Monats und des Sonnentages in keinem kommensurablen Verhältnis:

Ein mittleres tropisches Jahr  $A_T$  = 365,2422 Tage  
 Ein mittlerer synodischer Monat  $M_S$  = 29,53059 Tage  
 Anzahl Lunationen pro Jahr  $L_A$ : =  $A_T : M_S$  = 12,36827

Kalender sind daher stets Approximationsprobleme und bestehen aus einem Satz von ganzzahligen, groben Näherungs-



werten für  $A_T$ ,  $M_S$  und  $L_A$  sowie einem mehr oder weniger komplexen Regelsystem, welches durch periodisches Einrücken oder Weglassen von Schalteinheiten die wenigstens langfristige Realisierung der astronomisch korrekten, mittleren Werte garantieren soll. Diese wohldefinierten Regelsysteme gestatten es, innerhalb ihres Geltungsbereiches jedes chronologische Problem exakt zu lösen. Auch das eingangs vorgestellte Problem besitzt eine derartige, exakte Lösung. Um sie zu finden, müssen wir zuerst die Periode suchen, nach welcher sich im gregorianischen Kalender die Abfolge der Vollmonde, der Freitage und der 13. zyklisch wiederholt. Erst dann lässt sich die gesuchte Häufigkeit berechnen. Ihr jedoch statistisch testbare Unsicherheit zuzuschreiben, wie es hin und wieder geschehen ist, wäre grundsätzliche Verkennung der streng deterministischen Natur des gregorianischen Kalenders.

### Der gregorianische Sonnenkalender

Ein gregorianisches Gemeinjahr umfasst genau 365 Tage oder 52 Wochen und einen Tag. Jedes Jahr hört also mit demselben Wochentag auf, mit dem es begonnen hat. Der Anfangstag irgend eines Jahres rückt demgemäss im folgenden Jahr um einen Wochentag weiter, im folgenden wieder um einen Wochentag usw. Wollten wir einen ewigen gregorianischen Sonnenkalender konstruieren, so benötigten wir also in *erster (ägyptischer) Näherung* 7 verschiedene Grundkalender: für jede Kombination Tagesnummer, Tagesname genau einen. Nun aber ist das tropische Jahr deutlich länger als 365 ganze Tage, was wir in *zweiter (julianischer) Näherung* durch Einrücken eines Schalttages in jedem vierten Jahr verbessern können. Somit existieren zu jedem der 7 Grundkalender zwei Versionen: eine Gemeinversion und eine Schaltversion. Den noch vorhandenen Restfehler (0.0078 Tage) reduzieren wir in *dritter (gregorianischer) Näherung* durch Auslassen von drei Schalttagen je 400 Jahre auf 0.0003 Tage. Welcher dieser 14 Grundkalender gilt nun für ein bestimmtes Kalenderjahr? Dazu müssen wir etwas weiter ausholen.

Bezeichnen wir die Kalendertage des Jahres zyklisch mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F, G – den sogenannten Tagesbuchstaben oder *litterae calendarum* – so erhalten wir einen ewigen Kalender, bei dem nur die Zuordnung der Wochentage zu den Tagesbuchstaben wechselt. Der 1. Januar irgendeines Jahres hat also den Buchstaben A, der 2. Januar den Buchstaben B, der 3. Januar C usw. Mit dem 8. Januar beginnt die Zählung wieder bei A und wird sinngemäss bis ans Jahresende weitergeführt. In Schaltjahren wird im Februar ein Tag eingefügt und doppelt gezählt. Nach alter, römischer Tradition geschieht dies am 24. Februar:

| Datum | Gemeinjahr | Schaltjahr |
|-------|------------|------------|
| 23.2. | E          | E          |
| 24.2. | F          | F          |
| 25.2. | G          | F          |
| 26.2. | A          | G          |
| 27.2. | B          | A          |
| 28.2. | C          | B          |
| 29.2. | –          | C          |
| 01.3. | D          | D          |

Tabelle 2: Die *litterae calendarum* in Gemein- und Schaltjahren

Sonntagsbuchstabe oder *littera dominicalis* ist derjenige Buchstabe, der dem ersten Sonntag des Jahres (und daher auch allen übrigen Sonntagen) zugeordnet ist. Schaltjahre haben zwei Sonntagsbuchstaben, einen bis

und mit dem 24. Februar und einen für den Rest des Jahres. Die Abfolge der Sonntagsbuchstaben unterliegt im julianischen Kalender dem  $7 \times 4 = 28$ -jährigen Sonnenzyklus (vgl. Tab.3). Im gregorianischen Kalender wiederholt sich die Abfolge der Sonntagsbuchstaben infolge der ausfallenden Schaltjahre erst nach 400 Jahren oder 20'871 Wochen. Die Nummer des Jahres im Zyklus heisst Sonnentzirkel SZ und berechnet sich für gregorianische Jahre  $a_G$  nach der Formel

```

IF       $a_G \bmod 400 \neq 0$  AND  $a_G \bmod 100 = 0$ 
THEN     $a_G = a_G - 1$ 
         $c = 6$ 
ELSE     $a_G = a_G$ 
         $c = 0$ 

```

$$b = \text{INT}\left(\frac{a_G}{100}\right) - \text{INT}\left(\frac{a_G - 1600}{400}\right) - 16$$

$$\text{SZ} = (a_G + 4704 + 16b + c) \bmod 28 + 1$$

Da die Anzahl Tage der Gregorianischen Periode ( $365.2425 \times 400 = 146097$ ) durch 7 teilbar ist, haben alle Gregorianischen Perioden die gleiche Zuordnung der Wochentage zum Datum. Die Gregorianische Periode ist daher auch derjenige Zyklus, mit welchem sich im gregorianischen Kalender die Abfolge der Freitage und der 13. wiederholt. Zur Berechnung der Häufigkeit der Freitage den 13. genügt es, ihre Anzahl pro Grundkalender sowie die Häufigkeit der 14 Grundkalender in einer Gregorianischen Periode zu kennen. Beides ist unter

| SZ | SB | Mo | Di | Mi | Do | Fr          | Sa | So | H  |
|----|----|----|----|----|----|-------------|----|----|----|
| 1  | GF | 1  | 2  | 2  | 1  | Sep Dez     | 3  | 1  | 13 |
| 2  | E  | 2  | 1  | 1  | 3  | Jun         | 2  | 2  | 14 |
| 3  | D  | 2  | 2  | 1  | 1  | Feb Mrz Nov | 1  | 2  | 13 |
| 4  | C  | 2  | 2  | 2  | 1  | Aug         | 3  | 1  | 13 |
| 5  | BA | 2  | 1  | 2  | 3  | Okt         | 1  | 2  | 13 |
| 6  | G  | 1  | 3  | 1  | 2  | Apr Jul     | 2  | 1  | 14 |
| 7  | F  | 1  | 1  | 3  | 1  | Sep Dez     | 2  | 2  | 13 |
| 8  | E  | 2  | 1  | 1  | 3  | Jun         | 2  | 2  | 13 |
| 9  | DC | 2  | 3  | 1  | 1  | Feb Aug     | 2  | 1  | 13 |
| 10 | B  | 1  | 2  | 2  | 2  | Mai         | 1  | 3  | 14 |
| 11 | A  | 3  | 1  | 2  | 2  | Jan Okt     | 1  | 1  | 14 |
| 12 | G  | 1  | 3  | 1  | 2  | Apr Jul     | 2  | 1  | 14 |
| 13 | FE | 1  | 1  | 2  | 2  | Jun         | 2  | 3  | 14 |
| 14 | D  | 2  | 2  | 1  | 1  | Feb Mrz Nov | 1  | 2  | 15 |
| 15 | C  | 2  | 2  | 2  | 1  | Aug         | 3  | 1  | 15 |
| 16 | B  | 1  | 2  | 2  | 2  | Mai         | 1  | 3  | 15 |
| 17 | AG | 2  | 2  | 1  | 2  | Jan Apr Jul | 1  | 1  | 15 |
| 18 | F  | 1  | 1  | 3  | 1  | Sep Dez     | 2  | 2  | 16 |
| 19 | E  | 2  | 1  | 1  | 3  | Jun         | 2  | 2  | 16 |
| 20 | D  | 2  | 2  | 1  | 1  | Feb Mrz Nov | 1  | 2  | 16 |
| 21 | CB | 1  | 2  | 3  | 1  | Mai         | 2  | 2  | 15 |
| 22 | A  | 3  | 1  | 2  | 2  | Jan Okt     | 1  | 1  | 15 |
| 23 | G  | 1  | 3  | 1  | 2  | Apr Jul     | 2  | 1  | 15 |
| 24 | F  | 1  | 1  | 3  | 1  | Sep Dez     | 2  | 2  | 15 |
| 25 | ED | 3  | 1  | 1  | 2  | Mrz Nov     | 1  | 2  | 14 |
| 26 | C  | 2  | 2  | 2  | 1  | Aug         | 3  | 1  | 15 |
| 27 | B  | 1  | 2  | 2  | 2  | Mai         | 1  | 3  | 14 |
| 28 | A  | 3  | 1  | 2  | 2  | Jan Okt     | 1  | 1  | 14 |

Tabelle 3: Zuordnung der SB zu den SZ und Häufigkeit, mit der die Wochentage auf einen 13. fallen (Mo – So) sowie Häufigkeit der SZ in der Gregorianischen Periode von 400 Jahren (H).



Mo Di Mi Do Fr Sa So Erwartet  
685 685 687 684 688 684 687 685.74128

Tabelle 4: Verteilung der 13. auf die Wochentage innerhalb einer Gregorianischen Periode

anderem in Tabelle 3 zusammengestellt. Die daraus berechnete Verteilung der 13. auf die Wochentage innerhalb einer Gregorianischen Periode findet sich in Tabelle 4.

Es zeigt sich, dass von den 20'871 Freitagen der Gregorianischen Periode 688 auf einen 13. fallen und dass die "Unglückskombination" die am häufigsten vorkommende ist. Damit haben wir die erste Teilaufgabe unseres chronologischen Problems gelöst: Periode und Häufigkeit, mit der die 13. auf einen Freitag fallen, sind bekannt. Anzumerken bleibt noch, dass sich dieses exakte Resultat vom wahrscheinlichkeitstheoretischen Standpunkt aus nicht signifikant nachweisen lässt: Die in Tabelle 4 wiedergegebene exakte Verteilung unterscheidet sich statistisch gesehen nicht von einer Gleichverteilung...

### Der gregorianische Mondkalender

Die grosse Schwierigkeit des gregorianischen Mondkalenders besteht darin, sowohl den Phasenverlauf als auch die Einbettung des Mondjahres in das Sonnenjahr möglichst genau zu approximieren. Nähert man  $M_s$  durch 29.5 an, indem man Monate von abwechselnd 30 und 29 Tagen aufeinanderfolgen lässt, so erhält man einen Mondkalender von 354 Tagen. Die fehlenden 11 oder 12 Tage werden zu Schaltmonaten von je 30 Tagen Länge zusammengefasst und an "passender" Stelle eingefügt. Der gregorianische Mondkalender verwendet hierzu näherungsweise einen 19-jährigen Schaltzyklus: die berühmte Metonsche Periode. Sie umfasst 235 Monate, davon 120 Monate zu 30 Tagen und 115 Monate zu 29 Tagen, mit den Schalttagen des gregorianischen Sonnenkalenders zusammen also 6939.75 Tage. Die Nummer eines Mondjahres im Zyklus heisst Goldene Zahl GZ und berechnet sich nach

$$GZ = (a_G + 1) \bmod 19$$

Als Kenngrössen innerhalb der einzelnen Mondkalender dienen – ähnlich den *litterae calendarum* im Sonnenkalender – sogenannte Epakten. Wir verstehen darunter das von Neulicht an gerechnete Alter des Mondes am Neujahrstag. Setzt man die Epakte auf diejenigen Tage des Kalenderjahres, auf welche ein Vollmond fällt, so erhält man einen fast ewigen Vollmondkalender, zu dem die Sonntagsbuchstaben die Wochentage des Sonnenjahres angeben. Werden nun die einzelnen Tage des Kalenderjahres beginnend mit dem 14. Januar absteigend mit Zahlenreihen von XXX bis I numeriert, wobei in den geraden Monaten die Zahlen XXVI und 25 sowie XXV und XXIV auf den gleichen Tag gesetzt werden, so erhalten wir eine Einteilung des Kalenderjahres in 6 x 59 und 11 Tage (vgl. Tab.5). Weshalb in jedem zweiten Monat die Reduktion von 30 auf 29 Tage gerade zwischen dem 5. und 6. Tag erfolgt und nicht etwa am Monatsende, hängt mit der gregorianischen Osterrechnung zusammen, auf die wir hier aber nicht näher eingehen wollen. In analoger Weise lassen sich übrigens auch Mondkalender für jede andere Phase konstruieren, so beginnt etwa der gregorianische Neumondkalender am 1. Januar mit XXX und hört am 31. Dezember mit XX auf.

Die gregorianische Epaktenordnung folgt in erster (*julianischer*) Näherung der 19-jährigen Metonschen Periode: In

einem gregorianischen Jahr mit  $GZ = 1$  gilt Epakte I. Im Jahr mit  $GZ = 2$  ist der Mond 11 Tage älter, die Epakte springt daher auf XII. Nach und nach nimmt die Epakte so die Werte XXIII, IV, XV, XXVI, VII usw. an. Im letzten Zyklusjahr mit  $GZ = 19$  gilt Epakte XIX. Um im darauffolgenden Jahr wieder zum Anfangswert I zu gelangen, sind statt 11 Schalttagen deren 12 notwendig. Dazu benutzt man in Jahren mit  $GZ = 19$  am 31.

| Tag | Januar |        | Februar |          | Dezember |          |
|-----|--------|--------|---------|----------|----------|----------|
|     | SB     | Epakte | SB      | Epakte   | SB       | Epakte   |
| 1   | A      | XIII   | D       | XII      | F        | IV       |
| 2   | B      | XII    | E       | XI       | G        | III      |
| 3   | C      | XI     | F       | X        | A        | II       |
| 4   | D      | X      | G       | IX       | B        | I        |
| 5   | E      | IX     | A       | VIII     | C        | XXX      |
| 6   | F      | VIII   | B       | VII      | D        | X XIX    |
| 7   | G      | VII    | C       | VI       | E        | XXVIII   |
| 8   | A      | VI     | D       | V        | F        | XXVII    |
| 9   | B      | V      | E       | IV       | G        | XXVI 25  |
| 10  | C      | IV     | F       | III      | A        | XXV XXIV |
| 11  | D      | III    | G       | II       | B        | XXIII    |
| 12  | E      | II     | A       | I        | C        | XXII     |
| 13  | F      | I      | B       | XXX      | D        | XXI      |
| 14  | G      | XXX    | C       | XXIX     | E        | XX       |
| 15  | A      | XXIX   | D       | XXVIII   | F        | XIX      |
| 16  | B      | XXVIII | E       | XXVII    | G        | XVIII    |
| 17  | C      | XX VII | F       | XXVI 25  | A        | XVII     |
| 18  | D      | XXVI   | G       | XXV XXIV | B        | XVI      |
| 19  | E      | XXV 25 | A       | XXIII    | C        | XV       |
| 20  | F      | XXIV   | B       | XXII     | D        | XIV      |
| 21  | G      | XXIII  | C       | XXI      | E        | XIII     |
| 22  | A      | XXII   | D       | XX       | F        | XII      |
| 23  | B      | XXI    | E       | XIX      | G        | XI       |
| 24  | C      | XX     | F       | XVIII    | A        | X        |
| 25  | D      | XIX    | G F     | XVII     | B        | IX       |
| 26  | E      | XVIII  | A G     | XVI      | C        | VIII     |
| 27  | F      | XVII   | B A     | XV       | D        | VII      |
| 28  | G      | XVI    | C B     | XIV      | E        | VI       |
| 29  | A      | XV     | –C      |          | F        | V        |
| 30  | B      | XIV    |         |          | G        | IV       |
| 31  | C      | XIII   |         |          | A        | III II   |

Tabelle 5: Ausschnitt aus dem ewigen Gregorianischen Kalender Vollmondversion

Dezember des Kalenderjahres statt der Epakte III die Epakte II. Dieser zusätzliche Schalttag trägt die Bezeichnung Mondsprung oder *saltus lunae*.

In zweiter (*gregorianischer*) Näherung müssen an diese fixe Epaktenordnung zwei wichtige Korrekturen angebracht werden: Durch die im gregorianischen Sonnenkalender ausfallenden Säkularschalttage würden sich Mond- und Sonnenkalender in 400 Jahren nämlich um 3 Tage gegeneinander verschieben. Die Epakten müssen daher in den gemeinen Säkularjahren gesamthaft um eine Einheit *gesenkt* werden. Dies bezeichnet man als Sonnen(an)gleichung. Mit Hilfe der sogenannten Mondgleichung wird die Differenz zwischen der Dauer der Metonschen Periode von 6939.75 Tagen und 235 synodischen Monaten, die in 2500 Jahren 8 Tage ausmacht, korrigiert: 7 Mal alle 300 Jahre und das achte Mal nach 400 Jahren werden die Epakten gesamthaft um eine Einheit *erhöht*.

(Fortsetzung auf Seite 183)



(Fortsetzung von Seite 174)

Wie die beiden Korrekturen zusammenwirken, ist am Beispiel von  $GZ = 1$  in Tabelle 6 andeutungsweise gezeigt. Erst nach  $2500 \times 4 = 10'000$  Jahren wiederholt sich das Muster der Epaktenkorrekturen. Ein solcher Zyklus senkt die Epakte um volle 43 Einheiten, so dass dieselbe Zuordnung der Epakten zu den Goldenen Zahlen erst nach  $30 \times 10'000 = 300'000$  Metonschen Zyklen oder  $5'700'000$  Jahren wiederkehrt. Diese unter dem Namen Gregorianischer Osterzyklus bekannte Periode ist daher auch derjenige Zyklus, mit dem sich im gregorianischen Kalender die Abfolge der Mondphasen und – da  $5'700'000$  sich ohne Rest durch 400 teilen lässt – auch die Abfolge der Freitage und der 13. wiederholt.

| Jahr | SG | MG | EP | Jahr | SG | MG | EP |
|------|----|----|----|------|----|----|----|
| 1582 | 0  | 0  | 1  | 3000 | -1 | 1  | 25 |
| 1600 | 0  | 0  | 1  | 3100 | -1 | 0  | 24 |
| 1700 | -1 | 0  | 0  | 3200 | 0  | 0  | 24 |
| 1800 | -1 | 1  | 0  | 3300 | -1 | 1  | 24 |
| 1900 | -1 | 0  | 29 | 3400 | -1 | 0  | 23 |
| 2000 | 0  | 0  | 29 | 3500 | -1 | 0  | 22 |
| 2100 | -1 | 1  | 29 | 3600 | 0  | 1  | 23 |
| 2200 | -1 | 0  | 28 | 3700 | -1 | 0  | 22 |
| 2300 | 1  | 0  | 27 | 3800 | -1 | 0  | 21 |
| 2400 | 0  | 1  | 28 | 3900 | -1 | 1  | 21 |
| 2500 | -1 | 0  | 27 | 4000 | 0  | 0  | 21 |
| 2600 | -1 | 0  | 26 | 4100 | -1 | 0  | 20 |
| 2700 | -1 | 1  | 26 | 4200 | -1 | 0  | 19 |
| 2800 | 0  | 0  | 26 | 4300 | -1 | 1  | 19 |
| 2900 | -1 | 0  | 25 | 4400 | 0  | 0  | 19 |

Tabelle 6: Veränderungen der gregorianischen Epakte zur Goldenen Zahl 1 unter den Einflüssen von Sonnen(an)gleichung (SG) und Mondgleichung (MG) für einige Jahrhunderte

### Freitag, der 13. mit Vollmond

Nachdem wir im Gregorianischen Osterzyklus diejenige Periode identifizieren konnten, mit welcher sich im gregorianischen Kalender die Vollmonde, Freitage und 13. zyklisch wiederholen, gelangen wir nun zur konkreten Berechnung der Häufigkeit dieses Ereignisses.

Aus dem ewigen gregorianischen Sonnen- und Vollmondkalender lesen wir ab, dass die 12 13. die folgenden Sonntags(!)buchstaben und Epakten besitzen (vgl. für Januar, Februar und Dezember auch mit Tabelle 5):

A1, D30, D1, G30, B29, E28, G27, C26 XXV, F24, A23, D22, F21

In allen anderen Kombinationen von SZ und EP gibt es folglich keine Vollmonde, die auf einen Freitag, den 13. fallen!

Mit Hilfe der vierzehn gregorianischen Grundkalender ermitteln wir für jede der in Frage kommenden Kombinationen  $EP \times SZ$  die Häufigkeit der Freitage, der 13. mit Vollmond, was uns auf Tabelle 6 führt. Kennen wir daher die Häufigkeit, mit der jede der  $30 \times 28 = 840$  Kombinationen innerhalb eines Gregorianischen Osterzyklus' vorkommt, so ist die gestellte Aufgabe gelöst.

Mit Hilfe eines PC lässt sich nun für jedes einzelne Jahr des Gregorianischen Osterzyklus der Sonnentag SZ, nach der Formel

$$EP = (11 \cdot (a_G \bmod 19) + 8 - c + \text{INT}(\frac{c}{4}) + \text{INT}(\frac{8 \cdot c + 13}{25})) \bmod 30$$

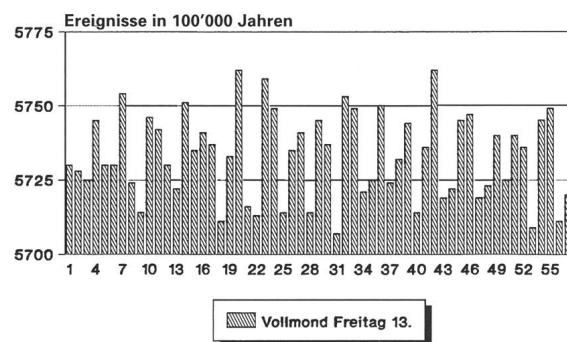
$$c = \text{INT}(\frac{a_G}{100}); \text{ Falls } EP = 25 \text{ und } GZ \geq 12 \text{ dann } = XXV$$

| SZ \ EP | 1 | 21 | 22 | 23 | 24 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1       | 0 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 3       | 1 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 4       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5       | 0 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 6       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  |
| 7       | 0 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 8       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 9       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 10      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 11      | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  |
| 13      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 14      | 1 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 15      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 16      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 17      | 1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  |
| 18      | 0 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 19      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 20      | 1 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 21      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 22      | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 23      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  |
| 24      | 0 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 25      | 1 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 26      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 27      | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 28      | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |

Tabelle 7: Vollständige Kombinationstabelle SZ (Zeilen) zu EP (Spalten). Eingetragen ist die Anzahl Vollmonde, die auf einen Freitag, den 13. fallen.

### Freitag der 13. mit Vollmond

Verteilung über 5'700'000 Jahre



die Epakte EP und mit Hilfe von Tabelle 6 die Anzahl der Vollmonde berechnen, die auf einen Freitag, den 13. fallen.

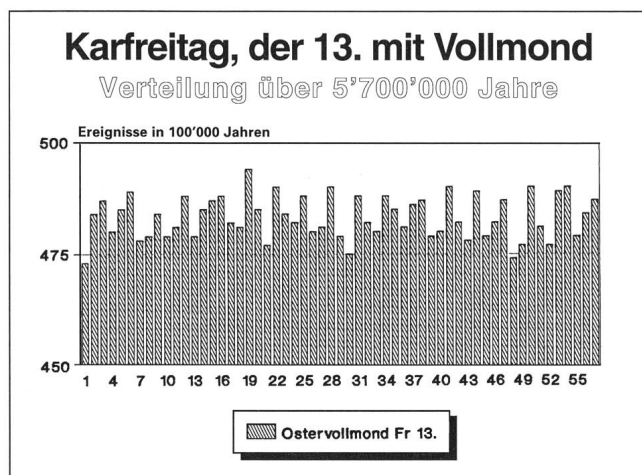
Es ergibt sich, dass **innerhalb einer Gregorianischen Osterperiode der Vollmond genau 326'869 mal – im Mittel also alle 17,44 Jahre – auf einen Freitag, den 13. fällt** (vgl. Abb. 1). Seit der Einführung des gregorianischen Kalenders im





Jahre 1582 trat dieses Ereignis bereits 30 mal auf, in unserem Jahrhundert 1938, 40, 54, 70, 84 und 87.

Ohne grossen Mehraufwand lässt sich zudem die Häufigkeit



berechnen, mit dem der **Karfreitag** auf einen 13. und einen Vollmondtag fällt: Aus dem ewigen gregorianischen Sonnen- und Vollmondkalender lesen wir ab, dass der 13. April den Sonntagsbuchstaben G und die Epakte 30 hat. Somit fällt in allen Jahren mit  $EP = 30$  und  $SZ \in \{6, 12, 17, 23\}$  der Ostervollmond auf Karfreitag, den 13. April. Es ergibt sich, dass dieses Ereignis innerhalb einer Gregorianischen Osterperiode genau 27'550 mal – im Mittel also alle 206,9 Jahre – auftritt (vgl. Abb 2). Bis heute konnte allerdings noch kein einziges derartiges Ereignis beobachtet werden. Erst im Jahre 2063 wird der Ostervollmond auf einen Karfreitag den 13. fallen.

#### Literatur

Ginzler, F.K.: *Handbuch der math. und techn. Chronologie*, Bd. I-III. Leipzig, 1906, 11, 14.

Laager, E.: *ORION* 225, April 1988, p. 79f.

Laager, E.: *ORION* 240, Oktober 1990, p. 201ff.

Adresse des Autors:

THOMAS K. FRIEDLI

Plattenweg 32, 3098 Schlieren b. Köniz

### Leserbrief / Courier des lecteurs

22. April 1993

**Betr.: "Das Alphorn zeigt, wie's nicht sein darf" (Orion 8/92)**

*Sehr geehrte Damen und Herren!*

Zuerst war die Sprache, dann kam die Schrift. Das ist gewiss unstrittig. Zeigt sich nun in einer bestimmten Sprache – in unserem Falle der griechischen – ein Problem der Aussprache, so ist es oft schon schwierig genug, die Sache innerhalb dieser Sprache zu klären. Völlig abwegig ist der Versuch, Hilfe aus dem Schweizerischen oder gar aus dem Englischen herbeizurufen. Kepler hätte, wären ihm die Wörter "perridschih" und "äppoudschih" aus dem Munde eines Zeitgenossen von der Insel zu Ohren gekommen, ihren Ursprung nicht im Griechischen gesucht. Die Pointe des schweizerischen "Alforn" hat bei mir – Gott sei's geklagt – erst nach einiger Bedenkzeit gezündet.

Wie also sieht die Sache im Griechischen aus? Die Präposition "apó" ist mit dem Substantivstamm "hel" zu verknüpfen, und dies unter Hintanstellung jeglichen ungrischen Sprachgefühls, also auch des eidgenössischen. Denn was sich in den Alpen "ganz gut aussprechen liesse", klang in den attischen Bergen noch lange nicht fein genug.

Dort galt: Das "h" ist kein Buchstabe, sondern ein Anhauch (°). Weil es kein Buchstabe ist, stoßen zwei Vokale zusammen, und wir haben das unaussprechliche Gebilde "apo-el" zu bewältigen. Die Spracheleganz der Griechen löste die Sache mit poetischem Feingefühl: Sie läßt das "o" weg, holt den Hauch des "h" wieder herbei und macht so aus dem harten "p" ein weiches "f" – "afel". So und nicht anders! Die nachträgliche Zerlegung des *einen* griechischen Buchstabens φ ("f") in die zwei lateinischen Schreibelemente "p" und "h" ist dann weiter nichts als ein Beitrag zur Verschandelung einer Sprache, die schöner ist als die unsrige.

Wenn meine Schweizer Sternfreunde (ich bin Mitglied der SAG) aber unbedingt Sprachschöpfer sein wollen, bitte ich sie, auch die "Ep-hemeriden" (aus "epí" und "heméra") in

ihren Sprachschatz aufzunehmen, dabei aber zu erwähnen, daß auch diese Eigentümlichkeit kantonsgebunden ist.

Mit sternfreundlichen Grüßen!

HEINZ BALTES

(Wiss. Beirat der Walter-Hohmann-Sternwarte, Essen)

## Dance of the Planets™

Die beste Computersimulation des Sonnensystems (Sky&Telescope) können Sie ab sofort direkt in der Schweiz kaufen!  
DOS-Version, 3,5" 720K Diskette.  
Demoversion Fr. 10.– (wird beim Kauf der Vollversion angerechnet)



jrusoft, J. Rutishauser  
Euelstrasse 41  
8408 Winterthur  
Tel: 052/222 25 74  
Fax: 052/222 24 71

Jetzt auch mit "Star 8.0" und "Observer's Companion" erhältlich!