Die Justierung parallaktischer Montierungen mit Hilfe von Taschenrechnern

Autor(en): **Kleyn, A.H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **38 (1980)**

Heft 178

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-899556

Die Justierung parallaktischer Montierungen mit Hilfe von Taschenrechnern

A. H. KLEYN

Die Justierung eines Fernrohres — die Ausrichtung seiner Polachse parallel zur Erdachse — ist eine der immer wiederkehrenden Aufgaben des Astroamateurs. Methoden dazu sind bekannt und beschrieben, z. B. in HANS ROHR's «Das Fernrohr für jedermann». Hier beschreiben wir eine alternative Methode, bei der die Justierung auf «mathematische» Weise erfolgt. Das Prinzip ist dieses: man stellt die Montierung provisorische auf, mit einer Genauigkeit von wenigen Graden. Dann verfolgt man ein Objekt über einen gewissen Zeitabschnitt und liest die provisorische und sich verändernde) Deklination zu drei weit auseinander liegenden Zeitpunkten vom Teilkreis. Dieser Teilkreis muss dabei nicht justiert sein, d.h. er kann um einen beliebigen Wert um die «Nullage» verschoben sein. Aus den drei Deklinationswerten, den drei Zeitpunkten ihrer Messung und der Breite und Länge des Beobachtungsortes berechnet man dann den Fehler in der Aufstellung der Montierung, nämlich die Abweichung der Polachse von der Erdachse. Der Fehler wird durch die Abweichung des Azimutes (Az) und der Höhe (Δh) der Polachse vom gewünschten Wert angegeben. Es ist dann die Aufgabe des Beobachters, diese beiden Werte (Az und Δh) für seine spezielle Montierung zu übersetzen. Ist das Instrument z.B. auf einem Dreibein aufgestellt — mit je einer Justierschraube an jedem Bein — dann muss man wissen, wieviele Umdrehungen an jeder Schraube die Montierung in die richtige Lage bringen. Nötigenfalls wiederholt man das ganze Verfahren, falls beim ersten Durchgang nicht die gewünschte Genauigkeit erreicht wurde.

Im folgenden beschreiben wir die Berechnung der Korrekturen Az und Δh. Die Herleitung der Gleichungen wird in Anhang I und II gegeben. Darauf zeigt ein Beispiel die Funktionsweise der Berechnungen, welche sehr leicht z.B. auf einem programmierbaren Taschenrechner ausgeführt werden können. Das vom Autor entwickelte Programm wird schon an mehreren Amerikanischen Universitäten im Unterricht und von Dutzenden von Amateuren im englischsprachigen Raum angewandt.

Im weiteren werden die folgenden Symbole gebraucht:

- δ Deklination des Sternes (wahre Deklination)
- M_n Deklinationsmessungen; n steht für die Beobachtungsnummer
- C Indexfehler im Deklinationskreis
- H_n Stundenwinkel des Sternes zur Beobachtungszeit n
- φ geographische Breite des Beobachtungsortes
- Az Fehler im Azimut der Polachse (positiv für östliche Abweichung)
- Δh Fehler in der Höhe der Polachse (positiv, falls die Höhe zu gross war).

Die exakten Gleichungen, die Az und Δh implizit geben, sind

$$\sin(M_n + C) = P\sin Az \cdot \cos(\Delta h + \varphi) + Q\cos Az \cdot \cos(\Delta h + \varphi) + R\sin(\Delta h + \varphi) \qquad (1)$$

wobei

$$P = -\sin H_n \cos\delta$$
$$Q = \sin\delta\cos\varphi - \cos H_n \cos\delta \sin\varphi$$
$$R = \cos H_n \cos\delta\cos\varphi + \sin\delta\sin\varphi.$$

Gleichungen (1) — für n = 1, 2, 3 — sind implizit und können nicht direkt nach Az, Δh und C aufgelöst werden. Falls aber die Korrekturen *klein* sind, d.h. wenn das Instrument schon ziemlich genau ausgerichtet ist, dann kann eine Taylorentwicklung um Az = 0 und Δh = 0 (Mc Laurin Entwicklung) mit drei Termen diese Grössen explizit geben:

$$\Delta h \cos H_n - Az \sin H_n \cos\varphi - C = M_n - \delta. \qquad (2)$$

Für n = 1, 2, 3 ergibt dies drei lineare Gleichungen in Δh, Az und C. Die Lösung für Az und Δh ist

$$\Delta h = \frac{(M_2 - M_1)\sin H_3 + (M_1 - M_3\sin H_2 + (M_3 - M_2)\sin H_1}{\sin(H_2 - H_1) + \sin(H_1 - H_3) + \sin(H_3 - H_2)} \qquad (3)$$

$$Az = \frac{(M_2 - M_1)\cos H_3 + (M_1 - M_3)\cos H_2 + (M_3 - M_2)\cos H_1}{\sin(H_2 - H_1) + \sin(H_1 - H_3) + \sin(H_3 - H_2} \qquad (4)$$

Die einzigen Grössen, die in der Berechnung gebraucht werden, sind also die Deklinationsmessungen und die zugehörigen Stundenwinkel, und natürlich die geographische Breite.

In den nachfolgenden Tabellen zeigen wir die Arbeitsweise dieser Methode. Gleichung (1) kann verwendet werden, um zu berechnen, welche Deklinationsmessungen (M_n) für einen bestimmten Aufstellungsfehler (Δh, Az) zu erwarten sind. Nehmen wir an, dass das Instrument ziemlich ungenau aufgestellt ist, nämlich, dass

$$\Delta h_0 = -4.0° \qquad Az_0 = 5.0° \qquad (5)$$

Wir beobachten einen Stern mit δ = 10° nördlicher Deklination. Der Einstellungsfehler des Deklinationskreises ist C = 4°, und die Breite des Beobachtungsortes ist φ = 52°. Dann wird man — für ausgewählte Stundenwinkel des Sternes H_n — die folgenden provisorischen Deklinationen (M_n) ablesen:

Tabelle 1

n	H_n	M_n	n	H_n	M_n
1	—60°	6.91°	5	0°	2.10°
2	—45°	5.58°	6	15°	1.37°
3	—30°	4.27°	7	30°	0.96°
4	—15°	3.09°	8	45°	0.89°
5	0°	2.10°	9	60°	1.16°

Dies sind unsere «synthetischen» Beobachtungen. Nehmen wir zuerst die Werte der Beobachtungen n = 1, 2, 3, d.h. wir beobachten jede Stunde. Die Berechnung der Korrekturen Δh und Az nach Gleichungen (3) und (4) ergibt dann

$$\begin{aligned}\Delta h &= -3.81^\circ \\ Az &= 5.52^\circ.\end{aligned} \tag{6}$$

Diese Werte sind schon nahe am gewünschten Wert (5). Man könnte nun erwarten, dass Beobachtungen mit längeren Zeitintervallen bessere Resultate liefern sollten. Da das Instrument aber sehr ungenau aufgestellt war, ist das nicht der Fall. Die Beobachtungen n = 1, 5, 9 (alle vier Stunden) ergeben $\Delta h = 3.87$ und $Az = 5.39$.

Man kann nun aber die Ergebnisse (6) der ersten Beobachtungsrunde benutzen, um das Instrument viel genauer aufzustellen, nämlich bis auf etwa 0.2° in Höhe und 0.5° in Azimut. Wir rechnen nun ein weiteres Beispiel mit

$$\begin{aligned}\Delta h &= 0.20 \\ Az &= -0.50\end{aligned} \tag{7}$$

und $\delta = 52$, $\varphi = 52$, $C = 6$ (alle Angaben in Grad). Wir erhalten nun andere «Beobachtungswerte», wie in *Tabelle 1*. Die folgenden Korrekturen werden dann für verschiedene Kombinationen von Beobachtungen berechnet:

n = 1, 2, 3 :	$\Delta h = 0.20$	$Az = -0.49$
n = 4, 5, 6 :	$\Delta h = 0.20$	$Az = -0.50$
n = 6, 7, 8 :	$\Delta h = 0.20$	$Az = -0.50$

Diese zweite Folge von Beobachtungen erlaubt es uns also, das Instrument mit hoher Genauigkeit aufzustellen. In der Praxis werden also Beobachtungsreihen über eine oder zwei Nächte vollkommen ausreichen, ein Instrument mit genügender Genauigkeit zu justieren. Aufstellungen, die über längere Zeit nicht überprüft wurden, können auf diese Weise sehr leicht nachjustiert werden.

Anhang I (Herleitung von Gleichung [1])

a) Koordinatensysteme

Zur Herleitung von Gleichung (1) verwenden wir folgende Koordinatensysteme:

1) Das azimutale System am Beobachtungsort mit Koordinatenachsen X_a, Y_a, Z_a, die die Richtungen nach Osten, Norden und zum Zenit angeben (Fig. 1).
2) Das äquatoriale System mit Koordinatenachsen X_e, Y_e, Z_e, die nach Osten, Norden und zum Himmelspol zeigen (Fig. 2).

Die Beziehung zwischen den beiden Systemen ist bekannt und sehr einfach: die X_e und X_a Achsen fallen zusammen; die Höhe der Z_e Achse im Azimutsystem ist gleich der geographischen Breite φ des Beobachtungsortes.

b) Das allgemeine Problem

Der Winkel α in Fig. 1 ist der Winkel zwischen der Richtung zum Stern und der Polachse der Montierung. Gleichzeitig ist er das Komplement zur *scheinbaren* Deklination des Sterns. Diese scheinbare Deklination ist gleich der Summe der Deklinationsablesung vom Teilkreis (M_n) und des Indexfehlers (C) des Teilkreises, also $90 - \alpha = M + C$. Die Idee ist nun, α durch die Fehler Az und Δh für alle möglichen Werte des Stundenwinkels H auszudrücken. Danach können die drei Unbekannten Δh, Az und C im Prinzip von drei Wertepaaren (M, H) abgeleitet werden. H wird in der normalen Weise mit Hilfe eines Jahrbuches aus der Ortszeit abgeleitet.

c) Berechnung von $\cos\alpha$

Die Lösung des Problems kann durch die bekannte Gleichung erhalten werden, die eine Beziehung zwischen dem Winkel zwischen zwei Raumrichtungen und den Komponenten dieser Raumrichtungen (Vektoren) herstellt:

$$\cos(O,P) = O_xP_x + O_yP_y + O_zP_z,$$

wobei (O_x, O_y, O_z) und (P_x, P_y, P_z) die Komponenten der Vektoren O und P in bezug auf die Koordinatenachsen (x, y, z) darstellen. Im folgenden berechnen wir einige Grössen zur Herleitung von Gleichung (1).

1) Komponenten der Richtung zum Stern im Äquatorsystem (Fig. 2):
Bezeichnen wir die Komponenten in Beziehung zu X_e, Y_e und Z_e mit A_1, A_2 und A_3. Wir erhalten:

$$\begin{aligned}A_1 &= -\sin H \cos\delta \\ A_2 &= -\cos H \cos\delta \\ A_3 &= \sin\delta.\end{aligned}$$

2) Komponenten von X_a, Y_a und Z_a im Äquatorsystem:

$$\begin{aligned}X_a&: (1,0,0) \\ Y_a&: (0, \sin\varphi, \cos\varphi) \\ Z_a&: (0, -\cos\varphi, \sin\varphi)\end{aligned}$$

3) Komponenten der Richtung zum Stern im Azimutsystem:
Wir nennen diese Werte B_1, B_2 und B_3:

$$\begin{pmatrix}B_1\\B_2\\B_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \\ 0 & -\cos\varphi & \sin\varphi\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}A_1\\A_2\\A_3\end{pmatrix}$$

4) Komponenten der Polachse der Montierung im Azimutsystem:
Wir nennen die Werte in bezug auf X_a, Y_a und Z_a P_1, P_2 und P_3:

$$\begin{aligned}P_1 &= \sin Az \cdot \cos(\varphi + \Delta h) \\ P_2 &= \cos Az \cdot \cos(\varphi + \Delta h) \\ P_3 &= \sin(\varphi + \Delta h).\end{aligned}$$

5) $\cos\alpha$

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= B_1P_1 + B_2P_2 + B_3P_3 \text{ oder} \\ \cos\alpha &= \sin(M + C) \\ &= -\sin H \cos\delta \sin Az \cos(\varphi + \Delta h) \\ &\quad - \cos H \cos\delta \sin\varphi \cos Az \cos(\varphi + \Delta h) \\ &\quad + \cos\varphi \sin\delta \cos Az \cos(\varphi + \Delta h) \\ &\quad + \sin(\varphi + \Delta h) \cos\varphi \cos H \cos\delta \\ &\quad + \sin(\varphi + \Delta h) \sin\varphi \sin\delta,\end{aligned}$$

womit Gleichung (1) bewiesen ist.

Anhang II (Herleitung von Gleichung [2])

Eine Funktion von zwei Variablen, $z = f(x, y)$, kann durch eine Taylorentwicklung um den Nullpunkt angenähert werden:

$$z = f(0,0) + x\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{0,0} + y\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{0,0} + \ldots$$

Für kleine Werte x und y liefert die Entwicklung mit den oben angegebenen drei Termen genügend genaue Resultate. Wir werden diese Annäherungsformel auf Gleichung (1) anwenden:

$$\begin{aligned}M + C = \arcsin[&P\sin Az \cos(\Delta h + \varphi) \\ &+ Q\cos Az \cos(\Delta h + \varphi) + R\sin(\Delta h + \varphi)]\end{aligned}$$

Die Entwicklung liefert

$$M + C = \arc\sin[Q\cos\varphi + R\sin\varphi] + \mathrm{Az}\,\frac{P\cos\varphi}{\sqrt{1-(Q\cos\varphi+R\sin\varphi)^2}} + \Delta h\,\frac{-Q\sin\varphi + R\cos\varphi}{\sqrt{1-(Q\cos\varphi+R\sin\varphi)^2}}.$$

Dies führt — nachdem man die Ausdrücke für P, Q und R eingesetzt hat — zu

$$M - \delta = \Delta h\cos H - \mathrm{Az}\sin H\cos\varphi - C. \qquad (2)$$

Literatur:
(konventionelle Methoden)
J. B. SIDGWICK: Amateur Astronomer's Handbook, Faber and Faber, London.
A. G. INGALLS: Amateur Telescope Making, Book one, Scientific American, Inc.
G. D. ROTH: Handbuch für Sternfreunde, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1967.

Adresse der Autoren:
A. H. Kleyn, Mentadalaan 15, Rolde (Drente), Holland
H. U. Fuchs, Stalpertstraat 45, Den Haag, Holland,
Übersetzung und Erweiterung des Beitrages.

Neue Lösungsmöglichkeit für Kleinsternwarte

In den vergangenen Jahren war das 11-cm-Spiegelteleskop in einem Zimmer stationiert und musste zum Beobachten jeweils auf die Terrasse hinausgetragen werden. Ein Nachteil war, dass das Instrument Zimmertemperatur hatte und deshalb mit dem Beobachten eine halbe bis eine Stunde gewartet werden musste. Zudem gab es bei dem vielen Hinaus- und Hineintragen etwa Beschädigungen an Türen und am Instrument.

Vor einem Jahr schaffte ich mir dann ein 20-cm-Newton-Teleskop an, das aber wegen des grösseren Gewichtes nicht mehr so gut herumzutragen war. Ich beschäftigte mich deshalb mit der Frage einer geeigneten Abdeckung und prüfte mehrere Varianten: Entweder das Instrument zerteilt in zwei bis drei Kisten verpackt im Freien zu lagern und es für die Benützung zusammenzustellen, oder ein wegfahrbares Dach zu erstellen, was aber den Garten doch zu sehr beeinträchtigt hätte. Ich schaute mich auch bei Astro-Ausstellungen nach Kleinsternwarten um, doch waren die Kosten für solche einfach hoch. Ich habe dann bei einem Gerätehaus aus Stahlblech nach längerem Studium eine Möglichkeit gefunden, das Dach umklappbar zu gestalten, und zwar in der Weise, dass das Dach durch ein Gegengewicht ausbalanciert ist und leicht um eine Drehachse von Hand auf und zu geklappt werden kann.

Abb. 1: Ein Gerätehaus aus Stahlblech dient R. Wirz in Hildisrieden als Kleinsternwarte. Die Tragkonstruktion für ein abfahrbares Dach würde den Garten zu stark beeinträchtigen.

Seit einem ¾ Jahr ist eine solche Klappdach-Kleinsternwarte im Böschungshang des Gartens eingebaut und war den ganzen Winter hindurch in Gebrauch. Sie hat sich auch bei Sturm und Wetter bestens bewährt. Die Türe ist abschliessbar und das Dach kann gut verriegelt werden.

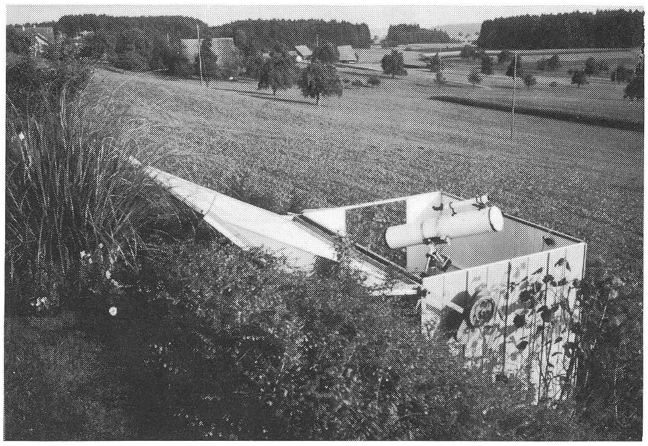

Abb. 2: Die elegante Lösung: Das Dach ist von Hand leicht aufklappbar, da es durch ein Gegengewicht ausbalanciert ist.

Schnee konnte mit einem Schaber vom Dach gewischt werden. Das Haus hat eine Breite von 1.8 m, eine Länge von 2.3 m und eine Höhe von 1.95 m. Die Stromzuführung für Licht und elektrische Nachführung wurde mit flexibler Zuleitung bewerkstelligt.

Vorteilhaft bei dieser Sternwarte ist der freie Rundblick in den Sternenhimmel. In wenigen Augenblicken ist das Dach geöffnet und das Instrument auf ein Himmelsobjekt gerichtet.

(Man beachte dazu auch das Inserat auf S. 104 in diesem Heft.)

Adresse des Verfassers:
ROBERT WIRZ, Sandgütsch 18, CH-6024 Hildisrieden.