Die Hyperfeinstrukturanomalie des Silbers

Autor(en): **Brun, E. / Staub, H.H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **26 (1953)**

Heft VII-VIII

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-112443

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Die Hyperfeinstrukturanomalie des Silbers

von **E. Brun** und **H. H. Staub**, Physikalisches Institut der Universität Zürich.

(12. X. 1953.)

Summary: The recent very accurate measurements of the hyperfinestructure splitting and the nuclear magnetic moments of the two stable silver isotopes 107 and 109 give a value of the H. F. S. anomaly of 0,413%. Calculations of this anomaly are made on the basis of various nuclear models. It is found that the two single particle models of Bloch, de Shalit and Miyazawa and of Davidson lead to the best agreement viz 0.41 and 0.44% resp.

I. KOPFERMANN[1]) und BITTER[2]) haben darauf hingewiesen, dass die durch das magnetische Kernmoment verursachte Hyperfeinstrukturaufspaltung Abweichungen von der bekannten Goudsmit-Fermi-Segré-Beziehung zeigen sollte, die eine Folge der endlichen Kerngrösse bzw. der räumlichen Verteilung des Kernmagnetismus über das Kernvolumen sind. Für einen punktförmigen Kern in einem Atom, dessen totaler Hüllendrehimpuls $J = 1/2$ ist, beträgt die Spaltung der beiden H.F.S.-Terme nach GOUDSMIT-FERMI-SEGRÉ:

$$h \Delta \nu_0 = \frac{8\pi}{3} \frac{\mu_0^2}{1835} g_I (2I+1) |\psi(0)|^2 . \tag{1}$$

Hierin bedeuten μ_0 das Bohrsche Magneton, g_I der Kern-g-Faktor, I der Kerndrehimpuls und $|\psi(0)|^2$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Hüllenelektronen am Kernort.

Ist nun der Kernmagnetismus über das endliche Kernvolumen verteilt, so ist die tatsächliche Aufspaltung:

$$\Delta \nu = \Delta \nu_0 (1 + \varepsilon) .$$

Für ε geben A. BOHR und WEISSKOPF[3]) und A. BOHR[4]) die Beziehung:

$$\varepsilon = -b(Z, Ro) \cdot \frac{\overline{R^2}}{R_0^2} \{(1 + 0{,}38\,\zeta)\, a_s + 0{,}62\, a_L\} . \tag{2}$$

Hier bedeutet b eine Grösse, die von der Konfiguration der Hüllenelektronen und dem Kernradius R_0 abhängt. $\overline{R^2}$ ist der mittlere quadratische Abstand der magnetischen Kernmomentverteilung vom Kernzentrum. α_s und α_L sind die Bruchteile des magnetischen

Kernmoments, die vom Spin, bzw. Bahndrehimpuls erzeugt werden. ζ ist eine Konstante die vom verwendeten Kernmodell abhängt. Ist also der g-Faktor des Kerns bekannt, so können im Prinzip aus der H. F. S.-Aufspaltung Aussagen über die Verteilung der das Moment erzeugenden Nukleonen im Kern gemacht werden. Dies wird besonders einfach, wenn man zwei, beispielsweise sich um zwei Neutronen unterscheidende Isotopen betrachtet. Die Differenz der H. F. S.-Abweichungen hängt dann nicht mehr kritisch von einer genauen Kenntnis der für beide Isotopen gleichen Elektronenverteilung ab. Es ist vielmehr

$$\frac{\Delta\nu_1}{\Delta\nu_2} = \frac{\Delta\nu_{01}}{\Delta\nu_{02}} \cdot \frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2} = (1+\Delta) \cdot \frac{g_{I_1}}{g_{I_2}} \cdot \frac{2I_1+1}{2I_2+1},$$

wobei $1+\Delta = (1+\varepsilon_1)/(1+\varepsilon_2) = 1+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$ ist. Δ ergibt sich also einfach aus der Kenntnis des Verhältnisses der g-Faktoren, also der Kernmomente und des Verhältnisses der H. F. S.-Aufspaltungen der beiden Isotope. In dieser Weise sind bisher die drei Kaliumisotope K_{39}, K_{40}, K_{41} und die beiden Rubidiumisotope Rb_{85} und Rb_{87} untersucht worden. Bei den K-Isotopen haben Eisinger, Bederson und Feld[1]) aus den nach der Atomstrahlmethode gemessenen H. F. S-Aufspaltungen und g-Faktoren die relative H. F. S.-Anomalie bestimmt und sie mit den nach Bohr und Weisskopf bzw. Bohr berechneten Werten für verschiedene Kernmodelle verglichen. Ihre Resultate zeigen die beste Übereinstimmung mit dem Experiment, wenn das von A. Bohr vorgeschlagene Einteilchenmodell mit asymmetrischem Rumpf und intermediäre Koppelung zugrunde gelegt wird. Beim Rubidium dagegen ergibt das Einteilchen-Modell nach Bloch[6]), de Shalit[7]) und Miyazawa[8]) oder nach Davidson[9]) die beste Übereinstimmung.

II. Kürzlich sind für die beiden stabilen Silberisotope $_{47}Ag^{109}$ und $_{47}Ag^{107}$ mit Hilfe einer neuen Nachweismethode (Nachionisation) die H. F. S.-Aufspaltungen des Grundterms $^2S_{1/2}$ im Atomstrahlexperiment von Wessel und Lew[10]) gemessen worden:

$$\Delta\nu_{109} = 1976{,}94 \pm 0{,}04 \text{ MH}$$
$$\Delta\nu_{107} = 1712{,}56 \pm 0{,}04 \text{ MH}.$$

Vor einiger Zeit gelang es Brun, Öser, Staub und Telschow[11]), die exakten Werte der magnetischen Momente, die bisher nur näherungsweise aus der optischen H. F. S.-Aufspaltung bekannt waren, mit der Kerninduktionstechnik zu messen:

$$g_{I\,109} = 2 \cdot \mu_{109} = -0{,}259\,848 \pm 0{,}000\,008$$
$$g_{I\,107} = 2 \cdot \mu_{107} = -0{,}226\,028 \pm 0{,}000\,008.$$

Damit stehen sehr genaue Werte zur Verfügung, die ähnlich wie beim Kalium einen Vergleich mit der für verschiedene Modelle berechenbaren H.F.S.-Anomalie erlauben. Es ist also:

$$\Delta = \frac{\Delta\nu_{109}}{\Delta\nu_{107}} \cdot \frac{g_{I\,107}}{g_{I\,109}} = (0{,}413 \pm 0{,}006)\,\%\,.$$

Der Spin beider Silberisotope ist 1/2. Vorzeichen und Grösse der magnetischen Momente zeigen, dass es sich im Sinne des Einteilchenmodells um Kerne vom Typus $I = L - 1/2$, also um $P_{1/2}$-Zustände handelt. Das Schalenmodell ergibt für das ungerade Proton einen $3\,p_{1/2}$-Zustand.

Wir haben die Berechnung der H.F.S.-Anomalie für verschiedene Modelle durchgeführt und für die in (2) vorkommenden Grössen die folgenden Werte zugrundegelegt:

1. *Uniformes Modell.* Das magnetische Moment wird von Protonen erzeugt, die über das Kernvolumen gleichmässig verteilt sind und für die $g_s = 2\,\mu_P$, der g-Faktor des freien Protons und $g_L = 1$ gesetzt wird. Damit ist

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}60; \quad \zeta = 0; \quad \alpha_s = \frac{g_s}{g_I} \cdot \frac{g_I - g_L}{g_s - g_L}; \quad \alpha_L = 1 - \alpha_s\,.$$

Hieraus ergibt sich

$$\Delta = \varepsilon_{109} - \varepsilon_{107} = 0{,}16\,\%.$$

2. Bei dem kollektiven MARGENAU-WIGNER[12])-Modell wird angenommen, dass sich für Z ungerade alle Protonen am magnetischen Moment beteiligen und zwar mit $g_s = 2\,\mu_P$, $g_L = Z/A = 0{,}44$ und somit

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}6; \quad \zeta = 0, \qquad \Delta = 0{,}08\,\%\,.$$

3. Eine bessere Übereinstimmung ist zu erwarten, wenn der Berechnung ein wirkliches Einteilchenmodell, z. B. vom SCHMIDT-Typus[13]), zugrunde gelegt wird. Unter der Annahme, dass sich das 3 p-Leuchtproton in einem rechteckigen Potentialtopf der Tiefe V_0 bewegt, lässt sich $\overline{R^2}/R_0^2$ leicht berechnen. V_0 ergibt sich aus der Bindungsenergie des Protons und dem Werte von R_0. Die Bindungsenergie findet man am besten aus der empirischen Massenrelation, die für die experimentell leicht kontrollierbaren Bindungsenergien ungerader Neutronen die richtigen Werte ergibt. Für R_0 wurde die Beziehung $R_0 = 1{,}42 \times A^{1/3} \times 10^{-13}$ cm benützt. Die Bindungs-

energie berechnet sich zu 5,8 für Ag_{107}, bzw. 6,6 MeV für Ag_{109}. Für die Tiefe des Potentialtopfes erhält man den plausiblen Wert von 46.9 MeV. Wie BOHR betont, muss bei der Berechnung für R^2 im Falle eines Protons die effektive Potentialtopftiefe, d. h. V_0 vergrössert um die Coulombenergie $V_0 = Ze^2/R_0 = 10{,}0$ MeV oder eine effektive mittlere Bindungsenergie für beide Isotopen von 16,2 MeV benützt werden. Damit ergibt sich

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}477\,.$$

Für $I = L - 1/2 = 1/2$ wird nach BOHR $\zeta = 2$; $g_s = 2\,\mu_P$; $g_L = 1$

$$\Delta = 0{,}38\,\%.$$

4. Das strenge Einteilchenmodell ergibt für beide Isotopen dasselbe magnetische Moment. Die tatsächlichen Abweichungen sind durch verschiedene Annahmen zu erklären versucht worden. BLOCH[6]), DE SHALIT[7]) und MIYAZAWA[8]) nehmen an, dass ein striktes Einteilchenmodell vorliegt, dass aber das magnetische Moment μ_{eff} des gebundenen Teilchens absolut kleiner sei, als dasjenige des freien Teilchens. Die Grösse von μ_{eff} ergibt sich aus der Abweichung der empirischen Werte von μ vom Schmidt-Wert.

$$Ag_{109}\colon\ \mu_{\text{eff}} = 2{,}3898 \qquad Ag_{107}\colon\ \mu_{\text{eff}} = 2{,}3390$$

$$g_L = 1\,; \quad \alpha_s = \frac{g_{s\,\text{eff}}}{g_I}\,\frac{g_I - 1}{g_{s\,\text{eff}} - 1}\,; \quad \frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}477\,; \quad \zeta = 2$$

$$\Delta = 0{,}41\,\%\,.$$

5. DAVIDSON[9]) nimmt an, dass die Abweichungen der beobachteten magnetischen Momente vom Schmidt-Wert durch eine Mischung von Zuständen mit gleichem totalem Drehimpuls $I = L + 1/2$ und $I = L - 1/2$ entstehen. Der eine dieser Zustände besteht aus einer strikten Einteilchenwellenfunktion, während der andere durch eine Mehrteilchenfunktion repräsentiert wird, da ja die zwei Einteilchenfunktionen $I = L + 1/2$ und $I = L - 1/2$ entgegengesetzte Parität haben würden. Für den zweiten Zustand eignet sich das Margenau-Wigner'sche[12]) kollektive Modell. Für die Wellenfunktion setzt man an:

$$\psi = a\,\psi_{I=L-1/2} + \sqrt{1-a^2}\cdot\psi_{I=L+1/2}$$

$$g_I = a^2\,g_{I=L-1/2\,\text{Sch}} + (1-a^2)\,g_{I=L+1/2\,\text{MW}}\,,$$

wobei g_{Sch} und g_{MW} die Schmidt'schen, bzw. Margenau-Wigner-

schen g-Faktoren für den betreffenden Drehimpuls $I = L \pm 1/2$ sind. Für unseren Fall ergibt sich:

$$g_{L-1/2\,\mathrm{Sch}} = -0{,}52846; \quad g_{L+1/2\,\mathrm{MW}} = 2\,\mu_P$$
$$a^2_{109} = 0{,}9561 \quad ; \quad a^2_{107} = 0{,}9505.$$

Die H.F.S.-Anomalie ist bei diesem Modell

$$\varepsilon = -b\left\{\frac{\overline{R^2}}{R_0^2}\,a^2\left[(1+0{,}38\,\zeta)\,\alpha_{s\,\mathrm{Sch}} + 0{,}62\,\alpha_{L\,\mathrm{Sch}}\right]\right.$$
$$\left. + 0{,}6\,(1-a^2)\left[\alpha_{s\,\mathrm{MW}} + 0{,}62\,\alpha_{L\,\mathrm{MW}}\right]\right\}.$$

Für den Schmidt-Anteil ist

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}477; \quad \zeta = 2; \quad g_{s\,\mathrm{Sch}} = 2\,\mu_P$$

$$\alpha_{s\,\mathrm{Sch}} = \frac{2\,\mu_P}{g_I}\,\frac{g_{I\,\mathrm{Sch}} - 1}{2\,\mu_P - 1} = +\,7{,}165 \text{ für } \mathrm{Ag}_{109}$$

bzw. + 8,237 für Ag_{107};

$$\alpha_{L\,\mathrm{Sch}} = \frac{g_{I\,\mathrm{Sch}}}{g_I} - \alpha_{s\,\mathrm{Sch}}.$$

Für den M.W.-Anteil ist wegen der Kollektivität des Modells

$$\frac{\overline{R^2}}{R_0^2} = 0{,}6; \quad \zeta = 0; \quad g_{L\,\mathrm{MW}} = \frac{Z}{A}; \quad g_{s\,\mathrm{MW}} = 2\,\mu_P$$

$$\alpha_{s\,\mathrm{MW}} = \frac{2\,\mu_P}{g_I}\,\frac{g_{I\,\mathrm{MW}} - g_{L\,\mathrm{MW}}}{2\,\mu_P - g_{L\,\mathrm{MW}}} = -\,21{,}495 \text{ für } \mathrm{Ag}_{109}$$

bzw. — 24,711 für Ag_{107},

$$\alpha_{L\,\mathrm{MW}} = \frac{g_{I\,\mathrm{MW}}}{g_I} - \alpha_{s\,\mathrm{MW}}.$$

Damit ergibt sich

$$\varepsilon_{109} = -3{,}6967\,\% \qquad \varepsilon_{107} = -4{,}1389\,\%$$
$$\Delta = 0{,}44\,\%.$$

6. *Das Modell von A. Bohr*[14]). Um die grossen Quadrupolmomente der Kerne zu erklären, hat A. Bohr ein Modell vorgeschlagen, das zwar die wesentlichen Züge des Einteilchenmodells beibehält, aber dazu annimmt, dass der Rumpf asymmetrisch sei und Rotations- und Vibrationszustände besitze, die ähnlich denjenigen eines zweiatomigen Moleküls sind. Je nach der Form der Koppelung des

Leuchtnukleons mit dem Rumpf erhält man resultierende magnetische Momente, die mehr oder weniger von den Schmidtschen Werten abweichen. Für den Fall des Silbers kommt wie bei Kalium 39 und 41 die intermediäre Koppelung zwischen den Bohrschen Extremfällen B_1 und B_2 in Frage, die es ermöglicht, die beobachteten Werte der Momente zu erklären. In der Bohrschen Bezeichnungsweise haben wir für diesen Fall: [σ = die Komponente des Leuchtnukleonspins in der Richtung der Kernachse]

$$\sigma = \frac{(I+1)\,g_I - g_R - I\,g_L}{g_s - g_L} = \frac{1-\beta^2}{2\,(1+\beta^2)},$$

wobei: $g_R = Z/A$ = g-Faktor der Rumpfrotation ist. Aus σ erhält man das Mischungsverhältnis β^2 der beiden Koppelungsformen. Es ist ferner:

$$\alpha_s = \frac{\sigma\, g_s}{(I+1)\,g_I}\,; \quad \alpha_L = 1 - \alpha_s\,.$$

Für ζ gibt Bohr den Ausdruck

$$\zeta = \frac{1}{4(I+2)}\,\frac{1}{\beta^2-1}\,\{\beta^2(2\,I+1) - 6\,\beta\,\sqrt{2\,I+1} + 5 - 2\,I\}$$

für die gemischte Koppelung für $I = L - 1/2$. Für ε gilt dann wiederum Beziehung (2). Damit erhält man im Falle des Silbers

$$g_L = 1 \qquad g_s = 2\,\mu_P = 5{,}58536$$

Ag_{109}: $g_R = 0{,}426$; $\sigma = -0{,}287$; $\alpha_s = 4{,}1119$; $\beta = -1{,}922$; $\zeta = 1{,}028$

Ag_{107}: $g_R = 0{,}434$; $\sigma = -0{,}278$; $\alpha_s = 4{,}5737$; $\beta = -1{,}870$; $\zeta = 1{,}076$

wobei wegen der antiparallelen Stellung von l und s das negative Vorzeichen von β zu nehmen ist. Damit ergibt sich

$$\Delta = \varepsilon_{109} - \varepsilon_{107} = 0{,}21\,\%.$$

III. Die Resultate für alle Modelle sowie der beobachtete Wert sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Modell	Exp.	Uniform	Margenau Wigner	Einteilchen n. Schmidt	Einteilchen n. Bloch	Einteilchen n. Davidson	Intermed. Koppelung nach Bohr
Δ	0,413 ± 0,006%	0,16%	0,08%	0,38%	0,41%	0,41%	0,21%

Es zeigt sich also, dass die beiden strikten Einteilchenmodelle nach SCHMIDT und BLOCH et al., sowie das gemischte Modell nach DAVIDSON, den experimentellen Wert sehr gut wiedergeben. Dagegen ergibt das Bohrsche Modell mit intermediärer Koppelung einen zu kleinen Wert. Bei Silber liegt also eine ähnliche Situation vor wie bei Rubidium[5])[4]). Dort ergeben ebenfalls das Blochsche, bzw. das Davidsonsche Modell, ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Experiment, während das Bohr'sche Modell zu einem etwas zu kleinen Wert führt. Bei K_{39} und K_{41} dagegen ergeben die zwei erstgenannten Modelle wesentlich zu grosse Werte, während das Bohrsche Modell mit intermediärer Koppelung sehr gute Übereinstimmung zeigt. Der Grund liegt möglicherweise in der Tatsache, dass bei K die Zahl der Protonen gerade um eins kleiner ist, als der abgeschlossenen Schale 20 entspricht, und die Neutronenzahl bei K_{39} genau magisch, bei K_{41} magisch + 2 ist. Bei Rubidium ist die Zahl der Protonen 37 und damit sehr weit von einer abgeschlossenen Schale (28 bzw. 50) entfernt, während die Neutronenzahlen (50 bzw. 48) sehr nahe bei der magischen Zahl 50 liegen. Bei Silber schliesslich ist die Situation insofern extrem, als sowohl die Protonenzahl 47 wie die Neutronenzahl 60 und 62 ziemlich weit von den Werten abgeschlossener Schalen liegen.

Literaturverzeichnis.

[1]) H. KOPFERMANN: Kernmomente, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1940.
[2]) F. BITTER: Phys. Rev. **76**, 150 (1949).
[3]) A. BOHR und V. F. WEISSKOPF: Phys. Rev. **77**, 94 (1950).
[4]) A. BOHR: Phys. Rev. **81**, 331 (1951).
[5]) J. T. EISINGER, B. BEDERSON und B. T. FELD: Phys. Rev. **86**, 73 (1952).
[6]) F. BLOCH: Phys. Rev. **83**, 839 (1951).
[7]) A. DE SHALIT: Helv. Phys. Acta **24**, 296 (1951).
[8]) H. MIYAZAWA: Prog. Theoret. Phys. **6**, 263 (1951).
[9]) J. P. DAVIDSON: Phys. Rev. **85**, 432 (1952)
[10]) G. WESSEL und H. LEW: Phys. Rev. **91**, 476 (1953).
[11]) E. BRUN, J. OESER, H. H. STAUB und C. G. TELSCHOW: Erscheint demnächst in Phys. Rev.
[12]) H. MARGENAU und E. WIGNER: Phys. Rev. **58**, 103 (1940).
[13]) TH. SCHMIDT: Zeits. f. Physik **106**, 358 (1937).
[14]) A. BOHR: Phys. Rev. **81**, 134 (1951).