An den Grenzen der Mathematik

Autor(en): **Koechlin, Simon**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Horizonte : Schweizer Forschungsmagazin**

Band (Jahr): **24 (2012)**

Heft 92

PDF erstellt am: **29.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-967862

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

An den Grenzen der Mathematik

Wie entfaltet sich eine Idee in einem Roman? Welche Seiten im Internet sind miteinander verbunden? Solche Fragen sind mit Hilfe einfacher geometrischer Mittel zu beantworten. *Von Simon Koechlin*

Die Mathematik gilt als die exakte Wissenschaft schlechthin. Vor allem für die Beschreibung und das Verständnis von physikalischen Vorgängen hat sie sich als nützlich und wirksam erwiesen. Die moderne, auf Technologien angewiesene Welt ist ohne den Einfluss mathematischen Denkens fast undenkbar. Die mathematisch-physikalischen Methoden gehen von Vereinfachungen aus und tauchen dann immer mehr in die Details eines Problems ein. Auf diese Art können sie den Teil und das Ganze verbinden.

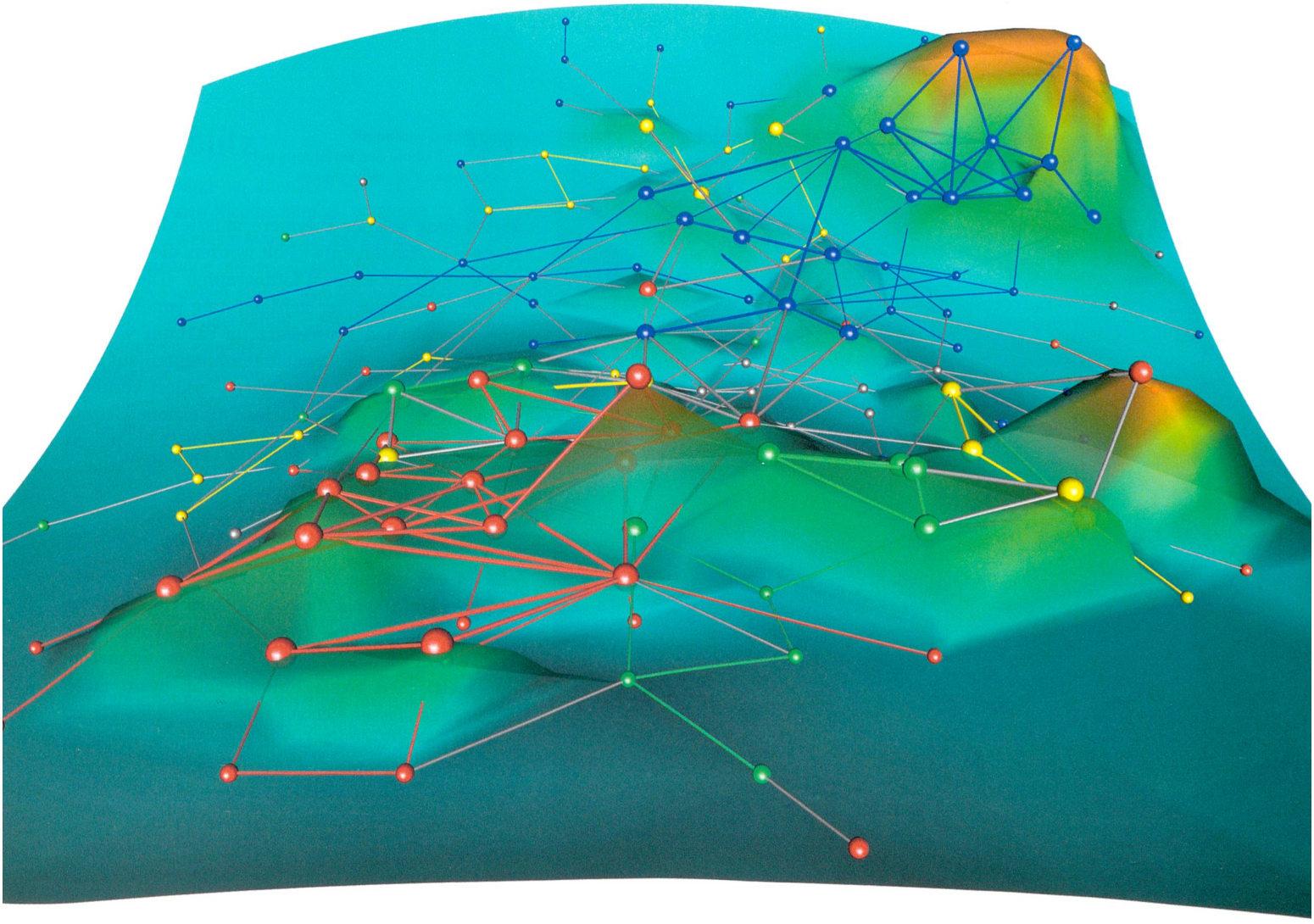
Doch lassen sich diese Methoden auch auf nicht-exakte Wissenschaften anwenden, auf die Sprachforschung zum Beispiel? Oder auf das Internet, das ohne einen externen, übergeordneten Bauplan entstanden ist und das jederzeit und von jedermann mit einer neuen Webseite ergänzt werden kann? Oder auf die Biologie, die zwar haufenweise Daten zusammenträgt, die aber weniger Grundprinzipien kennt als die Physik? Diese Frage stellt sich der Physiker und Mathematiker Jean-Pierre Eckmann von der Universität Genf seit Jahren. «Es ist ein schüchterner Versuch, die Sprache der Mathematik in Richtung neuer Gebiete zu erweitern», sagt der Forscher.

Das Internet als Lebewesen

Die ersten Schritte bei diesem Unterfangen machte Eckmann vor über zehn Jahren mit dem Internet. «Das Web lebt zwar nicht. Aber es umfasst unkontrollierbare Aspekte wie Viren oder Falschinformationen, wie es sie auch in der Biologie gibt. Deshalb ist es gut, über das Web nachzudenken, als ob es ein Lebewesen wäre», sagt Eckmann. Der Vorteil des Webs: Es ist viel weniger komplex als biologische Systeme und deshalb ein idealer «Übungsplatz», wie er sagt.

Eckmann und seine Kollegen untersuchten zum Beispiel, welche Informationen sich allein aus den Verweisen von einer Webseite auf eine andere, den so genannten Links, gewinnen lassen – ohne zu lesen, was auf den Webseiten steht. Es zeigte sich, dass auf diese – für einen Mathematiker – einfache Weise Gruppen identifiziert werden können, die thematisch zusammengehören. Besonders wichtig sind dabei Dreiecksbeziehungen, bei denen jede Webseite auf die jeweils anderen beiden verweist. «Wenn zwei Seiten aufeinander verweisen, kann das ein Zufall sein, aber ein Dreieck hat eine Bedeutung», erklärt Eckmann. Dieses Prinzip lässt sich auch auf anderen Gebieten nutzen. Eckmann und seine Kollegen konnten auf diese Weise zum Beispiel sichtbar machen, welche verschiedenen Bedeutungen ein einzelnes Wort haben kann. Als Links dienten diesmal die Konjunktionen «und» respektive «oder», über die Wörter in Texten miteinander verbunden sind. Indem die Forscher diese Verbindungen in einem riesigen Textkorpus zählten, konnten sie zum Beispiel mit mathematischen Methoden die verschiedenen Bedeutungen aufzeigen, die das Wort «body» im Englischen hat. So meint «body» manchmal den ganzen Körper in Abgrenzung zum Geist, manchmal den Rumpf im Gegensatz zu Kopf, Gesicht oder Arm – und schliesslich auch ein Gremium, also eine Körperschaft.

Auch dynamische Systeme können auf diese Weise untersucht werden. Wie ändern sich zum Beispiel die Verbindungen zwischen Wörtern im Verlauf eines längeren Texts? Diese Frage untersuchte Eckmann mit seinen Kollegen anhand Herman Melvilles «Moby Dick», William Shakespeares «Hamlet», Immanuel Kants «Kritik der reinen Vernunft» und anderer berühmter Texte. Die Forscher gingen davon aus, dass ein Leser ein Aufmerksamkeitsfenster von einer Spanne von ungefähr 200 Wörtern hat. Sie untersuchten nun, welche Wörter in einem solchen Fenster oft eng beieinander stehen. Dann verschoben sie das Aufmerksamkeitsfenster im Text nach hinten und führten dieselbe Prozedur wieder durch. Dadurch konnten sie aufzeigen, welche Wörter wo häufig vor-



Vermessenes Organ: Die Neuronenverbindungen des Fadenwurms lassen Rückschlüsse auf die Arbeitsteilung in seinem Hirn zu. Bild: Jean-Pierre Eckmann

kommen und mit welchen anderen Ausdrücken in einer Gemeinschaft stehen. Daraus wiederum lässt sich ablesen, auf welche Weise und wie rasch sich Ideen in einem Text entwickeln. Das Resultat: Ideen und Inhalte ändern sich in den meisten Texten nicht rasch und radikal, sondern langsam und stetig. Das leuchtet ein: Damit wir einen Text begreifen können, darf der Autor uns nicht überfordern. Er muss seine Leitgedanken mit Wörtern einkreisen und uns langsam daran heranführen.

Unbeachtete Muster auffinden

Auch Tausende von E-Mails einer Universität nahmen Eckmann und seine Kollegen unter die Lupe. Dabei lasen die Mathematiker nicht etwa, was ihre Kollegen und Studenten in den E-Mails schrieben, sondern wann die Botschaften verschickt wurden. Aufgrund der zeitlichen Synchronisierung der Dialoge gelang es ihnen, verschiedene Gruppen, Komitees oder Departemente zu identifizieren. Auf eine Anfrage reagieren zum Beispiel die allermeisten Nutzer innerhalb eines Tages, auf Meldungen über unterbrochene Serviceleistungen braucht hingegen niemand zu antworten.

Ein anderes Beispiel: der Fadenwurm Caenorhabditis elegans, ein beliebtes Versuchstier von Biologen. Das Hirn des nur 1,5 Millimeter langen Wurms besteht aus genau 302 Neuronen, und alle Verbindungen zwischen diesen Neuronen sind bekannt. Eckmann und seine Kollegen beschrieben nun mit mathematischen Methoden diese Verknüpfungen. Resultat: Aus der Art der Verbindungen – welche Neuronen gehen miteinander Dreiecksverknüpfungen ein – lassen sich deutlich verschiedene Nervengruppen erkennen: So sind zum Beispiel Bewegungsnerven oder spezialisierte Chemosensoren jeweils eng miteinander gekoppelt; zwischen den beiden Gruppen dagegen gibt es nur wenige Berührungspunkte.

Eckmann ist sich sehr wohl bewusst, dass diese Methoden noch keine bahnbrechenden Erkenntnisse liefern. Doch immerhin versuche er es, sagt er. Und die Beispiele zeigen, dass sich mit Hilfe der Mathematik auf verschiedenen Wissensgebieten bislang unbeachtete Muster auffinden lassen. Gewollt und bewusst bleibt der Mathematiker bis zu einem gewissen Grad Dilettant auf den Gebieten, die er beackert. Das hilft ihm, eine andere, neue Sichtweise einzunehmen. Denn Eckmann ist überzeugt, dass es diese Sichtweise braucht, um frischen Wind und neue Prinzipien in die Forschung zu bringen: «Die Wissenschaft muss ihre Sprache erweitern.» ■