

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **53 (2007)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$P(a^2) = a, \quad P(b^2) = b, \quad P(4) = 2, \quad 2aP'(a^2) = 2bP'(b^2) = 1.$$

Un examen de la concavité permet d'établir aisément que l'on a

$$(4.2) \quad y \leq P(y^2) \quad (0 \leq y \leq 2).$$

Par intégration sur $[0, 2]$, nous obtenons, pour toute mesure μ ,

$$\sigma_1 \leq \sum_{0 \leq j \leq 4} \lambda_j s_{2j} = \alpha a + \beta b + 2\gamma = 1 - s,$$

où l'égalité découle du fait que la relation $P(y^2) = y$ a lieu $d\mu^*$ -presque partout.

Cette estimation implique bien (4.1) puisque le membre de gauche est égal au premier moment de $d\mu^*$. La majoration (1.6) est, quant à elle, obtenue en intégrant (4.2) relativement à la mesure de répartition logarithmique normalisée des $\tau_0(p)$ ($p \leq x$) sur $[0, 2]$ et en exploitant les estimations de [11] sous la forme

$$\sum_{p \leq x} \frac{\tau_0(p)^{2k}}{p} = s_{2k} \log_2 x + O(1) \quad (0 \leq k \leq 4, x \rightarrow \infty).$$

Le fait que de telles formules asymptotiques résultent de la seule connaissance de l'ordre du pôle des séries de Dirichlet $\sum_{n \geq 1} \tau_0(n)^{2k}/n^s$ en $s = 1$ peut, par exemple, être établi en faisant appel au lemme 2.4. Nous omettons les détails.

REMERCIEMENTS. L'auteur tient à exprimer sa gratitude envers Jean-Pierre Ferrier, Guillaume Hanrot, Anne de Roton, Patrick Sargos, Mark Watkins et Jie Wu pour leur aide lors de la préparation de cet article.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DELIGNE, P. La conjecture de Weil. I. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* 43 (1974), 273–307.
- [2] DABOUSSI, H. and H. DELANGE. On a theorem of P. D. T. A. Elliott on multiplicative functions. *J. London Math. Soc. (2)* 14 (1976), 345–356.
- [3] ELLIOTT, P. D. T. A. A mean-value theorem for multiplicative functions. *Proc. London Math. Soc. (3)* 31 (1975), 418–438.
- [4] — Mean value theorems for multiplicative functions bounded in mean α -power, $\alpha > 1$. *J. Austral. Math. Soc. Ser. A* 29 (1980), 177–205.
- [5] — Multiplicative functions and Ramanujan's τ -function. *J. Austral. Math. Soc. Ser. A* 30 (1980/81), 461–468.
- [6] — *Duality in Analytic Number Theory*. Cambridge Tracts in Mathematics 122, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.

- [7] ELLIOTT, P. D. T. A., C. J. MORENO and F. SHAHIDI. On the absolute value of Ramanujan's τ -function. *Math. Ann.* 266 (1984), 507–511.
- [8] HALBERSTAM, H. and H.-E. RICHERT. On a result of R. R. Hall. *J. Number Theory* 11 (1979), 76–89.
- [9] HALL, R. R. and G. TENENBAUM. Effective mean value estimates for complex multiplicative functions. *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* 110 (1991), 337–351.
- [10] HILDEBRAND, A. On Wirsing's mean value theorem for multiplicative functions. *Bull. London Math. Soc.* 18 (1986), 147–152.
- [11] KIM, H. H. and F. SHAHIDI. Cuspidality of symmetric powers with applications. *Duke Math. J.* 112 (2002), 177–197.
- [12] LEVIN, B. V., N. M. TIMOFEEV and S. T. TULJAGANOV. Distribution of the values of multiplicative functions (en russe). *Litovsk. Mat. Sb.* 13 (1973), 87–100, 232.
- [13] MAUCLAIRE, J.-L. On some arithmetical functions. *Functiones et Approximatio* 35 (2006), 219–233.
- [14] MORENO, C. J. and F. SHAHIDI. The fourth moment of Ramanujan τ -function. *Math. Ann.* 266 (1983), 233–239.
- [15] RANKIN, R. A. Contributions to the theory of Ramanujan's function $\tau(n)$ and similar arithmetical functions. I. The zeros of the function $\sum_{n=1}^{\infty} \tau(n)/n^s$ on the line $\Re s = 13/2$. II. The order of the Fourier coefficients of integral modular forms. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 35 (1939), 351–372.
- [16] — Sums of powers of cusp form coefficients. II. *Math. Ann.* 272 (1985), 593–600.
- [17] TENENBAUM, G. *Introduction à la théorie analytique et probabiliste des nombres*. Cours spécialisés, 1. Société Mathématique de France (1995).
- [18] — (en collaboration avec Jie WU). *Exercices corrigés de théorie analytique et probabiliste des nombres*. Cours spécialisés, 2. Société Mathématique de France (1996).

(Reçu le 22 février 2007; version révisée reçue le 18 juin 2007)

Gérald Tenenbaum

Institut Élie Cartan
Université Henri-Poincaré Nancy 1
BP 239
F-54506 Vandœuvre Cedex
France
e-mail: gerald.tenenbaum@iecn.u-nancy.fr