

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **50 (2004)**

Heft 1-2: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

This proves that  $\text{sp}(L)$  is finite. If  $e^{\lambda_1 z}, \dots, e^{\lambda_s z}$  are the only exponential functions contained in  $L$ , then every exponential polynomial contained in  $L$  must be of the form  $\sum_{i=1}^s p_i(z) e^{\lambda_i z}$ , where  $p_1, \dots, p_s$  are polynomials. Since the set of all polynomials is dense in  $C(\mathbf{R})$  and  $L \neq C(\mathbf{R})$ , it follows that the degrees of  $p_1, \dots, p_s$  must be bounded. As the set of exponential polynomials is dense in  $L$ , we find that each element of  $L$  is an exponential polynomial, which completes the proof of Theorem 2 in the case when  $h \equiv 0$ .

The general case can be reduced to the previous one in the same way as in the proof of Theorem 1. Again, it is enough to show that  $f_n$  is an exponential polynomial. Since  $\Delta_b f_n$  satisfies the homogeneous version of (1), it follows that  $\Delta_b f_n$  is an exponential polynomial for every  $b$ . Therefore, by Carroll's theorem [2],  $f_n$  is also an exponential polynomial.  $\square$

## REFERENCES

- [1] BAKER, J. A. Functional equations, distributions and approximate identities. *Canad. J. Math.* 42 (1990), 696–708.
- [2] CARROLL, F. W. A difference property for polynomials and exponential polynomials on Abelian locally compact groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 114 (1965), 147–155.
- [3] EVEREST, G. R. and A. J. VAN DEN POORTEN. Factorization in the ring of exponential polynomials. *Proc. Amer. Math. Soc.* 125 (1997), 1293–1298.
- [4] JÁRAI, A. On Lipschitz property of solutions of functional equations. *Aequationes Math.* 47 (1994), 69–78.
- [5] KAHANE, J.-P. Sur quelques problèmes d'unicité et de prolongement, relatifs aux fonctions approchables par des sommes d'exponentielles. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 5 (1953–54), 39–130.
- [6] ———. *Lectures on Mean Periodic Functions*. Tata Institute, 1956.
- [7] KELETI, T. Difference functions of periodic measurable functions. *Fund. Math.* 157 (1998), 15–32.
- [8] VAN DEN POORTEN, A. J. and R. TIJDEMAN. On common zeros of exponential polynomials. *L'Enseignement Math.* (2) 21 (1975), 57–67.
- [9] RITT, J. F. A factorization theory for functions  $\sum_{i=1}^n a_i e^{\alpha_i x}$ . *Trans. Amer. Math. Soc.* 29 (1927), 584–596.
- [10] SCHWARTZ, L. Théorie générale des fonctions moyenne-périodiques. *Ann. of Math.* (2) 48 (1947), 857–929.
- [11] SHAPIRO, H. S. The expansion of mean-periodic functions in series of exponentials. *Comm. Pure Appl. Math.* 11 (1958), 1–21.

- [12] ŚWIATAK, H. On the regularity of the locally integrable solutions of the functional equations  $\sum_{i=1}^k a_i(x, t)f(x+\phi_i(t)) = b(x, t)$ . *Aequationes Math.* 1 (1968), 6–19.

(Reçu le 27 juillet 2003)

M. Laczko

Department of Analysis  
Eötvös Loránd University  
Pázmány Péter sétány 1/C  
H-Budapest  
Hungary 1117  
*e-mail*: laczko@cs.elte.hu

and

Department of Mathematics  
University College London  
Gower Street  
GB-London WC1E 6BT  
England