

6.1 Structure de la fibration de Tits

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

6.1 STRUCTURE DE LA FIBRATION DE TITS

Supposons que la base de la fibration de Tits est un espace projectif $\mathbf{P}^m$. La fibre F est une variété parallélisable : nous noterons L_0 la composante connexe de l'identité de son groupe d'automorphismes et L son revêtement universel. Il existe un sous-groupe discret cocompact Γ_0 de L_0 tel que $F = L_0/\Gamma_0$. L'image réciproque de Γ_0 par l'application de revêtement $L \rightarrow L_0$ sera notée Γ .

Si l'on écrit X sous la forme G/H , où G est un groupe de Lie complexe simplement connexe agissant holomorphiquement sur X , on récupère un morphisme $\rho: G \rightarrow \text{Aut}(\mathbf{P}^m)$ dont l'image S agit transitivement sur $\mathbf{P}^m$. En particulier, S coïncide avec le groupe $\mathbf{PGL}(n, \mathbf{C})$ ou éventuellement avec le groupe symplectique $\mathbf{Sp}(n/2, \mathbf{C})$ si n est pair (voir [2]). Ces groupes sont simples, ce qui permet d'appliquer le théorème de Levi-Malcev et de trouver une section $\sigma: S \rightarrow G$ du morphisme ρ . Nous noterons encore S l'image dans G du groupe S .

Fixons un point q_0 de $\mathbf{P}^m$, par exemple celui de coordonnées $[1 : 0 : \dots : 0]$, et notons P le stabilisateur de q_0 dans S , de sorte que $\mathbf{P}^m$ s'identifie à S/P . L'action de S sur X (via $\sigma: S \rightarrow G$) permute transitivement les fibres de la fibration de Tits. Nous pouvons donc reconstruire X comme la suspension de la représentation

$$(19) \quad P \rightarrow \text{Aut}(F_{q_0})^0 = L_0$$

obtenue par l'action de P sur la fibre F_{q_0} au-dessus du point Q . L'action de P ainsi construite se fait par translation à gauche.

Si S est le groupe spécial linéaire, alors P est (conjugué à)

$$(20) \quad \left\{ \begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ 0 & A \end{pmatrix} : \mathbf{b} \in \mathbf{C}^n, A \in \mathbf{GL}(n, \mathbf{C}), a = \det(A)^{-1} \right\},$$

et lorsque S est le groupe symplectique $\mathbf{Sp}(q, \mathbf{C})$,

$$(21) \quad P = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & *** \\ 0 & a^{-1} & *** \\ & 0 & A \end{pmatrix} : A \in \mathbf{Sp}(q-1, \mathbf{C}) \right\}.$$

Soit f un endomorphisme de X , $\bar{f}$ l'endomorphisme induit sur $\mathbf{P}^m$ et q un point de $\mathbf{P}^m$. Si s est un élément de S qui envoie F_q sur $F_{\bar{f}(q)}$, $s^{-1} \circ f$ détermine un endomorphisme de la fibre F_q . Ce dernier ne dépend du choix de s que modulo P : son action sur les groupes d'homotopies et d'homologie de F_q n'en dépend donc pas. Cette remarque permet de définir la notion d'endomorphisme agissant par translation, par automorphisme ou par endomorphisme de degré d dans les fibres.