

## 8. Reading suggestions

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **48 (2002)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

EXERCISE 15. Prove that  $\underline{H}_1\mathcal{L}_l$  is a metric on the space of (isomorphism classes of) all Polish  $mm$ -spaces.

EXERCISE 16. Prove that a sequence of  $mm$ -spaces  $X_n = (X_n, d_n, \mu_n)$  forms a Lévy family if and only if it converges to the trivial  $mm$ -space in the metric  $\underline{H}_1\mathcal{L}_l$ :

$$X_n \xrightarrow{\underline{H}_1\mathcal{L}_l} \{*\}.$$

If one now replaces the trivial space on the right hand side with an arbitrary  $mm$ -space<sup>6</sup>), one obtains the concept of *concentration to a non-trivial space*.

According to Gromov, this type of concentration commonly occurs in statistical physics. At the same time, there are very few known non-trivial examples of this kind in the context of transformation groups.

Here is just one problem in this direction, suggested by Gromov. Every probability measure  $\nu$  on a group  $G$  determines a random walk on  $G$ . How can one associate to  $(G, \nu)$  in a natural way a sequence of  $mm$ -spaces which would concentrate to the boundary [Fur] of the random walk?

## 8. READING SUGGESTIONS

The 2001 Borel seminar was based on Chapter 3 $\frac{1}{2}$  of the green book [Gr3], which contains a wealth of ideas and concepts and can be complemented by [Gr4]. The survey [M3] by Vitali Milman, to whom we owe the present status of the concentration of measure phenomenon, is highly relevant and rich in material, especially if read in conjunction with a recent account of the subject by the same author [M4]. The book [M-S] is, in a sense, indispensable and should always be within one's reach. Talagrand's fundamental paper [Ta1] has to be at least browsed by every learner of the subject, while the paper [Ta2] of the same author offers an independent introduction to the subject of concentration of measure. The newly-published book by Ledoux [Led], apparently the first ever monograph devoted exclusively to concentration, is highly readable and covers a wide range of topics. Don't miss the introductory survey by Schechtman [Sch]. The modern setting for concentration was designed in the important paper [Gr-M1] by Gromov and Milman, which had also introduced the subject of this lecture and from which many results (perhaps with slight modifications) have been taken.

<sup>6</sup>) Or, more generally, a uniform space — for instance, a non-metrizable compact space — with measure.