

Contents

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

A final remark: Gauss' theory of binary quadratic forms led to two major developments: the theory of number fields on the one hand, and the theory of quadratic forms in more than two variables on the other. The arithmetic of forms of higher degree over \mathbf{Z} seems to have been largely neglected. In modern times Shintani revived interest in the arithmetic of cubic forms by introducing a family of Dirichlet series that depend on class numbers of cubic forms, and have good analytic properties (analytic continuation and functional equations). This work has been reinterpreted in the language of adèles by Wright [16]. For a general introduction to arithmetic problems concerning forms of higher degree, see [9].

We would like to thank J. Hurrelbrink and S. Weintraub for helpful discussions concerning this work.

CONTENTS

1. Introduction	61
2. Binary quadratic mappings	65
3. Cubic forms	73
4. A Lie algebra representation	77
5. Structure of the cubic C -forms	81
6. Cohomological interpretation	89
7. Explicit computations and cubic trace forms	91
References	93

2. BINARY QUADRATIC MAPPINGS

We shall assume throughout this section that the ground ring R is an integral domain of characteristic not 2. The fraction field of R will be denoted by K .

A *binary quadratic form* is a pair (M, q) such that M is a projective R -module of rank two and $q: M \rightarrow R$ is a mapping such that $q(ax) = a^2q(x)$, $a \in R$, $\mathbf{x} \in M$, and such that $b(\mathbf{x}, \mathbf{y}) := q(\mathbf{x} + \mathbf{y}) - q(\mathbf{x}) - q(\mathbf{y})$ is R -bilinear. The form q is said to be *primitive* if the ideal generated by $q(M)$ is R . A morphism $(M, q) \rightarrow (M', q')$ is an R -linear mapping $f: M \rightarrow M'$ such that $q = q' \circ f$. If $M = R^2$ is the free module, we will often omit reference to M .