

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

ARITHMETIC OF BINARY CUBIC FORMS

by J. William HOFFMAN and Jorge MORALES

ABSTRACT. This paper explores a connection between the theory of binary cubic forms and binary quadratic forms that was first discovered for forms over \mathbf{Z} by Eisenstein. We generalize Eisenstein's theory to cubic forms over an arbitrary integral domain of characteristic not 2 or 3 using Kneser's Clifford algebra interpretation of the composition of quadratic forms.

1. INTRODUCTION

An important problem of number theory is the classification of binary n -forms

$$F(\mathbf{x}) = a_0x_1^n + a_1x_1^{n-1}x_2 + \cdots + a_{n-1}x_1x_2^{n-1} + a_nx_2^n,$$

where the coefficients a_i are integers, up to $\mathbf{SL}_2(\mathbf{Z})$ -equivalence.

In *Disquisitiones Arithmeticae* Gauss presented a systematic theory for $n = 2$, based in part on earlier researches of Fermat, Euler, Lagrange and Legendre. Recall that a composition of two binary quadratic forms q and q' is a quadratic form q'' such that there exists a bilinear map $B: \mathbf{Z}^2 \times \mathbf{Z}^2 \rightarrow \mathbf{Z}^2$ with the property $q''(B(\mathbf{x}, \mathbf{y})) = q(\mathbf{x})q'(\mathbf{y})$. One of the most remarkable discoveries of Gauss is that the set of $\mathbf{SL}_2(\mathbf{Z})$ -equivalence classes of binary primitive quadratic forms of given discriminant D is a finite abelian group with respect to composition of quadratic forms. This group was later interpreted by Dedekind in terms of ideal class groups.