

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **45 (1999)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

have a common fixed point $\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ in \mathbf{R}^2 and the subgroup of $\mathrm{SL}_2(\mathbf{Z})$ generated by

$$\begin{pmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 17 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} 17 & 10 \\ 22 & 13 \end{pmatrix}$$

is free of rank 2 and all its elements distinct from the identity are hyperbolic. See [K] and the following calculations:

$$\begin{pmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 17 \end{pmatrix} = tu(tu^{-1})^3(tu)^2tu^{-1}tu,$$

$$\begin{pmatrix} 17 & 10 \\ 22 & 13 \end{pmatrix} = tu^{-1}(tu)^3(tu^{-1})^2tutu^{-1},$$

where

$$t = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad u = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

with $\langle t, u \rangle / \{\pm 1\} \cong \mathbf{Z}_2 * \mathbf{Z}_3$.

The referee suggested to the author that the following could be shown (without the axiom of choice).

COROLLARY. *There exists a subset E_1 of \mathbf{Z}^2 such that, for every finite subset F of \mathbf{Z}^2 , the symmetric difference of E_1 and F is congruent to E_1 relative to the group $\mathrm{SA}_2(\mathbf{Z})$.*

Proof. This is a consequence of our main result and of Theorem 2 in [My] ($S = \mathbf{Z}^2$, $G = \langle \zeta, \eta \rangle$, $M = \{\zeta\eta, \zeta^2\eta^2, \zeta^3\eta^3, \dots\}$, $\mathbf{F} = \{F \subseteq \mathbf{Z}^2 \mid F \text{ is finite}\}$). \square

REFERENCES

- [BT] BANACH, S. and A. TARSKI. Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes. *Fund. Math.* 6 (1924), 244–277.
- [B] BOREL, A. On free subgroups of semi-simple groups. *L'Enseignement Math.* 29 (1983), 151–164.
- [D] DEKKER, Th. J. Decompositions of sets and spaces I. *Indag. Math.* 18 (1956), 581–589.
- [DS] DELIGNE, P. and D. SULLIVAN. Division algebras and the Hausdorff-Banach-Tarski paradox. *L'Enseignement Math.* 29 (1983), 145–150.
- [K] KUROSH, A. G. *The Theory of Groups*, vol. 2. Chelsea Publishing Company, New York, 1956.

- [Ma] MAGNUS, W. Rational representations of Fuchsian groups and non-parabolic subgroups of the modular group. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. II* (1973), 179–189.
- [MKS] MAGNUS, W., A. KARASS and D. SOLITAR. *Combinatorial Group Theory*. Interscience, New York, 1966.
- [My] MYCIELSKI, J. About sets invariant with respect to denumerable changes. *Fund. Math.* 45 (1958), 296–305.
- [MW] MYCIELSKI, J. and S. WAGON. Large free groups of isometries and their geometrical uses. *L'Enseignement Math.* 30 (1984), 247–267.
- [N] NEUMANN, B. Über ein gruppentheoretisch-arithmetisches Problem. *Sonderausgabe aus den Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Phys.-Math. Klasse X* (1933), 427–444.
- [S0] SATÔ, K. A Hausdorff decomposition on a countable subset of S^2 without the axiom of choice. *Math. Japon.* 44 (1996), 307–312.
- [S1] ——— A free group acting without fixed points on the rational unit sphere. *Fund. Math.* 148 (1995), 63–69.
- [S2] ——— A free group of rotations with rational entries on the 3-dimensional unit sphere. *Nihonkai Math. J.* 8 (1997), 91–94.
- [S3] ——— Free groups acting without fixed points on rational spheres. *Acta Arith.* 85 (1998), 135–140.
- [Ś] ŚWIERCZKOWSKI, S. On a free group of rotations of the Euclidean space. *Indag. Math.* 20 (1958), 376–378.
- [V] VON NEUMANN, J. Zur allgemeinen Theorie des Maßes. *Fund. Math.* 13 (1929), 73–116.
- [W] WAGON, S. *The Banach-Tarski Paradox*. Cambridge Univ. Press, Cambridge-New York, 1985.

(Reçu le 27 octobre 1998)

Satô Kenzi

Department of Mathematics
 Faculty of Engineering
 Tamagawa University
 6-1-1, Tamagawa-Gakuen, Machida
 Tokyo 194-8610
 Japan
e-mail : kenzi@eng.tamagawa.ac.jp