

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **44 (1998)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## HOMFLY POLYNOMIAL VIA AN INVARIANT OF COLORED PLANE GRAPHS

by Hitoshi MURAKAMI, Tomotada OHTSUKI and Shuji YAMADA

ABSTRACT. After the first discovery of the quantum invariant associated with  $SU(2)$  by V.F.R. Jones [3], the invariants associated with  $SU(n)$  were found by several authors [1]. It was first proved by V.G. Turaev [16] that all these come from so-called “quantum groups”, especially from their  $R$ -matrices corresponding to the vector representations. There also exist various quantum invariants corresponding to other representations (see for example [7], [14], [11]).

The aim of this paper is to give a graphical way to define  $SU(n)$  quantum invariants for links. To do this we first construct an invariant of colored, oriented, trivalent, plane graphs for each  $n$  ( $\geq 2$ ). Then we show that the  $SU(n)$  polynomial invariant corresponding to the vector representation (HOMFLY polynomial) can be defined by using our graph invariant.

We can also show that our invariant defines the  $SU(n)$  polynomial invariant corresponding to the anti-symmetric tensors of the vector representation.

We note that our graph invariant for  $SU(3)$  was first introduced by G. Kuperberg in [8]. The second and the third authors used it in [12] to construct magic elements and defined the quantum  $SU(3)$  invariants for 3-manifolds. Now [12] and the present paper together give an elementary and self-contained proof of the existence of magic elements for  $SU(3)$  and so that of the quantum  $SU(3)$  invariants of 3-manifolds just like W.B.R. Lickorish did for  $SU(2)$  in [9] using the Kauffman bracket [5]. See [17] for a similar approach to  $SU(n)$  invariants of 3-manifolds.

We also note that our graph invariant may be obtained (not checked yet) by direct computations of the universal  $R$ -matrix. But the advantage of our definition is that it does not require any knowledge of quantum groups nor representation theory. On the contrary we can recover the  $R$ -matrix of the quantum group  $U_q(\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C}))$  corresponding at least to the vector representation.

---

This work was inspired after conversation with M. Kosuda and J. Murakami, to whom the authors express their gratitude.

The first named author was in the Department of Mathematics, Osaka City University when the work was carried out and partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research on Priority Areas 231 “Infinite Analysis”, the Ministry of Education, Science, Sports and Culture. The second named author was in the Department of Mathematical Sciences, University of Tokyo.