

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

sur les déterminants. Par ailleurs, pour une matrice 2×2 , A , le théorème de Cayley-Hamilton s'écrit

$$A^2 - A(\operatorname{tr} A) + \frac{1}{2} [(\operatorname{tr} A)^2 - \operatorname{tr} A^2] = 0.$$

Donc, si A_1, A_2, \dots, A_n sont n matrices 2×2 inversibles, par une méthode analogue à celle que nous avons développée, tout produit de la forme $X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_k^{n_k}$ (avec $n_j \in \mathbf{Z}$ et $X_j \in \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ pour $j = 1, 2, \dots, n$) a une trace qui s'exprime comme fraction rationnelle à coefficients entiers en les traces des produits $\{A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}\}_{i \in I}$ et les traces des matrices $\{A_j^2\}_{j=1,2,\dots,n}$.

NOTE AJOUTÉE SUR ÉPREUVES

Au moment de corriger les épreuves, les auteurs ont eu connaissance d'un certain nombre de travaux antérieurs ([9] à [16]) sur le même sujet.

L'existence de P_ω a été prouvée par Horowitz [9]. L'application induite Φ_σ a été considérée (seulement dans le cas où σ est un isomorphisme) également par Horowitz [10] qui a aussi déterminé le noyau de Φ . La considération du polynôme Q_σ est nouvelle. Le lemme 2 de la section II se trouve dans [15].

Certaines démonstrations données ici sont plus simples que celles de Horowitz, bien qu'il y ait des recouvrements. Alors que Horowitz n'utilise que des relations entre traces, nos calculs prennent place dans l'algèbre introduite par Procesi [13] et Razmyslov [14], ce qui simplifie considérablement les calculs. D'ailleurs, Magnus [12] fait allusion à la complexité des démonstrations de certaines identités (par exemple, les lemmes 3 et 4 de la section VI) et demande s'il est possible de les simplifier. Signalons qu'une description complète de l'idéal des relations entre traces a été donnée par Whittemore [16] dans le cas d'un groupe libre à quatre générateurs.

Les articles [11], [13] et [14] traitent des identités pour les matrices $n \times n$.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ALLOUCHE, J.-P. et J. PEYRIÈRE. Sur une formule de récurrence sur les traces de produits de matrices associées à certaines substitutions. *C. R. Acad. Sc. Paris* 302 (II) (1986), 1135-1136.
- [2] CULLER, Marc and Peter B. SHALEN. Varieties of group representations and splittings of 3-manifolds. *Ann. of Math.* 117 (1983), 109-146.
- [3] KOLAR, M. and M. K. ALI. Preprint, University of Lethbridge, January 22, 1990; Trace maps associated with general two-letter substitution rules. *Phys. Rev. A*, submitted.

- [4] KOLAR, M. and F. NORI. Trace maps of general substitutional sequences. *Phys. Rev. B* 42 (1990), 1062-1065.
- [5] NEUMANN, B. H. Die Automorphismengruppe der freien. *Math. Ann.* 107 (1933), 367-386.
- [6] NIELSEN, J. Die Isomorphismen der allgemeinen unendlichen Gruppe mit zwei Erzeugenden. *Math. Ann.* 78 (1918), 385-397.
- [7] — Die Isomorphismen der freien Gruppen. *Math. Ann.* 91 (1924), 169-209.
- [8] PEYRIÈRE, J. On the trace map for products of matrices associated with substitutive sequences. *J. Stat. Phys.* 62 (1991), 411-414.
- [9] HOROWITZ, R. D. Characters of Free Groups Represented in the Two-Dimensional Special Linear Group. *Comm. Pure and Applied Math.* 25 (1972), 635-649.
- [10] — Induced automorphisms on Fricke Characters of Free Groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 208 (1975), 41-50.
- [11] LERON, U. Trace Identities and Polynomial Identities of $n \times n$ Matrices. *J. of Algebra* 42 (1976), 369-377.
- [12] MAGNUS, W. Rings of Fricke Characters and Automorphism Groups of Free Groups. *Math. Z.* 170 (1980), 91-103.
- [13] PROCESI, C. The Invariant Theory of $n \times n$ Matrices. *Advances in Math.* 19 (1976), 306-381.
- [14] RAZMYSLOV, Ju. P. Trace Identities of Full Matrix Algebras over a Field of Characteristic Zero. *Izv. Akad. Nauk SSSR ser. Mat.* 38 (1974) No. 4 (en russe); English translation: *Math. USSR Izvestija* 8 (1974), 727-760.
- [15] TRAINA, C. *Representation of the Trace Polynomial of Cyclically Reduced Words in a Free Group on Two Generators*. Ph.D. Thesis, Polytechnic Institute of New York.
- [16] WHITTEMORE, A. On Special Linear Characters of Free Groups of Rank $n \geq 4$. *Proc. Amer. Math. Soc.* 40 (1973), 383-388.

(Reçu le 16 avril 1992)

Jacques Peyrière

CNRS URA D0757
Université de Paris Sud
Mathématiques - Bâtiment 425
91405 Orsay Cedex (France)

Wen Zhi-Ying et Wen Zhi-Xiong

Université de Wuhan
Mathématiques
Wuhan, Hubei
(République Populaire de Chine)

Vide-leer-empty