

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## QUICK LOWER BOUNDS FOR REGULATORS OF NUMBER FIELDS

by Nils-Peter SKORUPPA

ABSTRACT. A short and simple proof for Zimmert's lower bounds for regulators of number fields is presented.

1. INTRODUCTION. Let  $K$  be an algebraic number field with  $r_1$  real and  $2r_2$  complex embeddings, let  $R$  denote its regulator and  $w$  its number of roots of unity. The purpose of this note is to present a surprisingly short proof of the following theorem.

THEOREM. *For any real number  $s > 1$  one has*

$$\frac{R}{w} \geq \frac{s(s-1)}{e} \exp\left(-\frac{s}{s-1}\right) \gamma(s) \exp\left(-s \frac{\gamma'(s)}{\gamma}\right),$$

Here  $\gamma(s) = 2^{-r_1} \Gamma(s/2)^{r_1} \Gamma(s)^{r_2}$ , where  $\Gamma(s)$  denotes the gamma function, and  $\gamma'(s)$  is the derivative.

If we let  $s = 4/3$  then we obtain

$$\frac{R}{w} \geq 0.00299 \cdot \exp(0.48r_1 + 0.06r_2).$$

From this one deduces that regulators of number fields are bounded from below by an absolute constant and grow exponentially in the degree of  $K$ .

This result and an estimate similar to the one of the above theorem was first stated and proved by Zimmert [Z, Satz 3 and Korollar]. He proved the sharper estimate

$$\frac{R}{w} \geq \frac{s(2s-1)}{2e} \exp\left(-\frac{2s}{s-1}\right) \gamma(2s) \exp\left(-2s \frac{\gamma'(s)}{\gamma}\right)$$