1. Algèbres de Leibniz

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

penser que si la théorie *HL* existe pour les groupes, alors il existe une classe plus vaste d'objets (coquecigrues) sur laquelle elle est définie. Tout reste à faire dans cette direction.

Dans toute la suite k est un anneau commutatif. On sera amené parfois à supposer que c'est un corps.

1. Algèbres de Leibniz

Par définition une *algèbre de Leibniz droite* sur k est la donnée d'un k-module $\mathfrak{g}$ muni d'une application bilinéaire (crochet)

$$[-\,,-]\colon \mathfrak{g}\times\mathfrak{g}\to\mathfrak{g}$$

satisfaisant à la relation de Leibniz droite

$$(L)\quad [x,[y,z]]=[[x,y],z]-[[x,z],y],\qquad \text{pour tout}\quad x,y,z\in\mathfrak{g}\,.$$

(Si l'on pense à l'opération $[-,z]$ comme à une dérivation $(-)'$, on obtient précisément $(xy)'=x'y+xy'$).

Pour une algèbre de Leibniz gauche la relation de Leibniz gauche est

$$(L')\qquad [[x,y],z]=[x,[y,z]]-[y,[x,z]]\,.$$

On remarquera que, lorsque le crochet est anticommutatif, i.e. $[x,y]=-[y,x]$, chacune de ces relations est équivalente à la relation de Jacobi (J), puisque (L) (resp. (L')) consiste à réécrire (J) en mettant x à la première place (resp. z à la dernière place) dans chaque terme.

On remarquera que si le crochet $[-\,,-]$ vérifie (L) alors le crochet $[-\,,-]'$, défini par $[x,y]'=[y,x]$, vérifie (L'). Il y a donc équivalence entre algèbres de Leibniz gauches et algèbres de Leibniz droites.

Un morphisme d'algèbres de Leibniz est la donnée d'un homomorphisme de k-modules $f\colon\mathfrak{g}\to\mathfrak{g}'$ tel que

$$f([x,y])=[f(x),f(y)]\,,\qquad \text{pour tout}\quad x,y\in\mathfrak{g}\,.$$

Dans toute la suite on dira simplement algèbre de Leibniz, pour algèbre de Leibniz droite.

Notons tout de suite une conséquence immédiate de la relation (L). Bien que dans une algèbre de Leibniz on n'ait pas, en général, l'égalité $[y,z]=-[z,y]$, on a par contre

$$(1.1)\qquad [x,[y,z]]=[x,-[z,y]]\,,\qquad \text{pour tout}\quad x,y,z\in\mathfrak{g}\,.$$

Il suffit de comparer (L) pour x,y,z et pour $x,z,y,$ pour s'en convaincre.