Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

First consider the case where h has a unique ternary expansion, which is necessarily infinite. Then $S(k) = 2^{c(k)}$. To see, this, set $h = \sum a_n/3^n$ where $a_n = 0, 1,$ or 2 $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, $a_n \neq 0$ for infinitely many n and $a_n \neq 2$ for infinitely many n. We wish to count the number of representations $h = x + y$ where $x, y \in \frac{1}{2} C$; i.e., $x = \sum \varepsilon_n/3^n$, $y = \sum \varepsilon'_n/3^n$ and $\varepsilon_n, \varepsilon'_n = 0$ or 1. Now if $a_n = 0$, clearly $\varepsilon_n = \varepsilon'_n = 0$. Also if $a_n = 2$, $\varepsilon_n = \varepsilon'_n = 1$. However if $a_n = 1$, we can have $\varepsilon_n = 1$ and $\varepsilon'_n = 0$ or we can have $\varepsilon_n = 0$ and $\varepsilon'_n = 1$. Hence there are $2^{c(k)}$ choices for (x, y) (uncountable if $c(k)$ is infinite).

Next consider the case where h has two ternary expansions. Then they are necessarily of the form

$$h = .a_1 a_2 \ldots a_r 22 \ldots = .a_1 a_2 \ldots a_{r-1} b_r$$

where $a_1, a_2, \cdots, a_{r-1} = 0, 1, 2$, $a_r = 0$ or 1 and $b_r = a_r + 1$. Then using the ideas in the last paragraph and keeping in mind there are two counts (one for each representation of h), we have:

$$S(k) = \begin{cases} 3(2^{c(k)}) & \text{if} \quad a_r = 0\,. \\ 3(2^{c(k)-1}) & \text{if} \quad a_r = 1\,. \end{cases}$$

REFERENCES

[1] KOLMOGOROV, A.N. and S.V. FOMIN. *Introductory Real Analysis,* 1970, Prentice-Hall Publishers, p. 54.

[2] PAVONE, M. The Cantor set and a geometric construction. *L'Enseignement Mathématique,* 35 (1989), 41-49.

[3] SHALLIT, Jeffrey. Q785. *Mathematics Magazine,* 64 No. 5 (1991), 351 and 357.

(Reçu le 3 février 1992)

James E. Nymann

Dept of Mathematical Sciences
The University of Texas at El Paso
El Paso, Texas 79968