6. Actions libres de S^3

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1992)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

6. Actions libres de S^3

Les résultats pour S^3 sont similaires à ceux pour S^1 (à part la proposition 5.1 qui ne se retrouve que partiellement dans 6.4.a). Les démonstrations sont identiques, le rôle de $\mathbf{CP}^2$ étant tenu par $\mathbf{HP}^1 = S^4$ (et la 1re classe de Chern étant remplacée par la seconde). Les détails sont donc laissés au lecteur.

(6.2) Théorème. *Toute action libre QL de S^3 sur S^n, avec $n \geqslant 11$, est différentiablement conjuguée à l'action standard.*

(6.3) *Remarque.* Il existe, en général, une infinité dénombrable d'actions libre de S^3 sur S^n ($n \geqslant 11$) qui sont deux-à-deux non-topologiquement conjuguées (voir [Hs] pour un exemple dans le cas $n = 11$). Ces actions ne sont donc pas topologiquement conjuguées à une action QL.

Comme dans le paragraphe précédent, la situation des actions de S^3 sur S^7 est très différente:

(6.4) Théorème. a) *Toute action libre de S^3 sur S^7 est différentiablement conjuguée à une action QL et topologiquement conjuguée à l'action standard.*

b) *L'ensemble des classes de conjugaison différentiable d'actions QL libres de S^3 sur S^7 se surjecte sur l'ensemble des classes de difféomorphisme de structures différentiables sur S^4. Les préimages de cette surjection ont au plus 2 éléments.*

Remarque. La détermination de l'ensemble des classes de difféomorphisme de structures différentiables sur S^4 constitue un problème ouvert et on ne sait même pas s'il est fini. L'hypothèse que cet ensemble est réduit à un seul élément est connue sous le nom de «conjecture de Poincaré différentiable».

Comme dans la preuve de 5.5, on montre que la préimage d'une variété V homéomorphe à S^4 par la surjection de 6.5.b est unique si et seulement si V possède un difféomorphisme sur elle-même renversant l'orientation (rappelons que ce n'est en général pas le cas pour des sphères d'homotopie de dimension supérieure ou pour certaines structures différentiables exotiques sur $\mathbf{R}^4$). Cependant, comme c'est le cas pour $V = S^4$, on a:

(6.5) Corollaire. *Les deux énoncés suivants sont équivalents:*

1) *Toute action libre de S^3 sur S^7 est différentiablement conjuguée à l'action standard.*

2) *Toute variété différentiable homéomorphe à S^4 est difféomorphe à S^4 (conjecture de Poincaré différentiable en dimension 4).*