

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 31 (1985)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MÉTHODE DU CERCLE ADÉLIQUE ET PRINCIPE DE HASSE FIN
POUR CERTAINS SYSTÈMES DE FORMES
Autor: Danset, Renaud
Kapitel: F) Sur la série singulière F
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-54555>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

F) SUR LA SÉRIE SINGULIÈRE F

Dans le présent travail, la priorité est revenue à F^* , selon la notation d'Igusa. Mais, chez Igusa (Forms of higher degree) ou chez Lachaud (chapitre 1), la préférence est donnée à la fonction

$$F(v) = \widehat{F^*}(-v),$$

appelée série singulière globale et qui peut être définie directement.

Remarquons que si F est intégrable et continue alors on a $F^* = \widehat{F}$, d'après la formule d'inversion de Fourier.

Les considérations du lemme 4.5 i) et ii) sont valables dans \mathbf{Q}_p puisque le théorème des fonctions implicites est vrai pour des fonctions analytiques sur tout corps valué complet.

Ainsi obtient-on localement, c'est-à-dire dans \mathbf{R} et dans chaque \mathbf{Q}_p , la définition d'une mesure $dw_{\infty, \mu}$ ou $dw_{p, \mu}$, sur l'ouvert des points non singuliers de $V_{\infty}(\mu)$ ou $V_p(\mu)$ (dont les définitions sont évidentes!), telle que pour toute fonction φ à support compact inclus dans l'ouvert des points non singuliers du système f dans \mathbf{R}^n ou dans \mathbf{Q}_p^n , on ait les formules de désintégration de mesures suivantes:

$$\int_{\mathbf{R}^n} \varphi(x) dx = \int_{\mathbf{R}^r} \left[\int \varphi dw_{\infty, \mu} \right] d\mu$$

et

$$\int_{\mathbf{Q}^n} \varphi(y) dy = \int_{\mathbf{Q}_p^r} \left[\int \varphi dw_{p, \mu} \right] d\mu.$$

Soit maintenant φ , une fonction de Schwarz Bruhat sur \mathbf{A}^n , décomposable et telle que φ_{∞} et chaque φ_p aient un support compact inclus respectivement dans l'ouvert des points non singuliers de f dans \mathbf{R}^n ou dans \mathbf{Q}_p^n ; on définit les séries singulières locales

$$F_{\infty}(\mu_{\infty}) = \int \varphi_{\infty} dw_{\infty, \mu_{\infty}} \quad \text{et} \quad F_p(\mu_p) = \int \varphi_p dw_{p, \mu_p}.$$

Enfin, si le produit infini ci-dessous converge, on obtient la série singulière globale:

$$F(\mu) = F_{\infty}(\mu_{\infty}) \prod_p F_p(\mu_p).$$

Revenons à une fonction φ locale (i.e: définie sur \mathbf{R}^n ou \mathbf{Q}_p^n). Si φ est à support compact quelconque celui-ci peut contenir des points singuliers

du système f dans \mathbf{R}^n ou dans \mathbf{Q}_p^n selon le cas. La définition de l'intégrale « $\int \varphi dw_\mu$ » pose alors un problème de convergence (Birch parle d'intégrale de Riemann généralisée) et *a fortiori* si φ n'est pas à support compact (ce dernier cas concerne seulement \mathbf{R} et φ fonction de Schwartz). Enfin, même en cas de convergence, la continuité de la fonction locale F_∞ ou F_p reste à prouver.

Igusa (« Forms of higher degree », p. 76 à 79) montre que la fonction F_∞ existe et est continue pour $\mu \in \mathbf{R}^*$, dans le cas d'une forme f quelconque ($r=1$). Le cas $\mu = 0$ demande des hypothèses complémentaires sur f .

Birch montre (essentiellement, ceci a déjà été dit dans la remarque qui suit le lemme 4.6, grâce à l'inégalité (5.1) qui dit que $\text{codim } V^*$ est grande) dans son lemme 6.1 surtout, que la fonction F_∞ existe et est continue pour tout $\mu \in \mathbf{R}^r$ lorsque la fonction φ_∞ est $1_{P\mathcal{B}}$ (le résultat serait identique pour $\varphi_\infty = \theta * 1_{P\mathcal{B}}$).

Il reste à s'assurer de la convergence du produit infini $\prod_p F_p$ (mais sous les hypothèses de Birch c'est vrai) pour obtenir la série singulière globale.

Le cas le plus étudié (Igusa, Lachaud) est celui des formes ($r=1$) fortement non dégénérées (i.e: $V^* = \{0\}$) où de très beaux résultats ont été obtenus par Igusa selon des méthodes qui n'ont rien à voir avec la méthode du cercle. Mais il paraît difficile de terminer ce travail sans avoir signalé l'existence, sous les hypothèses de Birch (i.e: l'inégalité (5.1)), d'une série singulière globale F continue et intégrable (donc on a $F^* = \hat{F}$).

Enfin, on peut raisonnablement prévoir, en suivant encore Igusa, une formule de Poisson globale :

$$\sum_{\xi \in \mathbf{Q}^r} F^*(\xi) = \sum_{\mu \in \mathbf{Q}^r} F(\mu).$$

BIBLIOGRAPHIE

- BIRCH, B. J. Forms in many variables. *Proc. Royal Soc. A*, 265 (1962), 245-263.
 DAVENPORT, H. *Analytic Methods for diophantine equations and diophantine inequalities*.
 Ann. Arbor, 1962.
 — Cubic forms in 32 variables. *Phil. Trans. Royal Soc. A* 251 (1959), 193-232.
 — Cubic forms in 16 variables. *Proc. Royal Soc. A*, 272 (1963), 285-303.
 GODEMENT, R. *Adèles et idèles*. Cours I.H.P. Paris, 1965/1966.