

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1981)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# ALTERNATION AND THE ACKERMANN CASE OF THE DECISION PROBLEM<sup>1</sup>

by Martin FÜRER<sup>2</sup>

ABSTRACT. The Ackermann prefix class is the set of all formulas of predicate calculus (first order logic without function symbols) with quantifier prefix  $\exists \dots \exists \forall \exists \dots \exists$ . This is one of the few prefix classes for which satisfiability is decidable. Lower bounds for the computational complexity of this decision problem and the  $\forall \exists$  sub-problem are presented. The tool to get the main result is the alternating Turing machine. An introduction to alternating Turing machines is given, because they are probably the most remarkable new subject of automata theory, and are well known only to computer scientists.

## 1. INTRODUCTION AND HISTORICAL BACKGROUND

From the beginning of this century to the thirties, the problem of deciding universal validity of first order formulas, moved slowly to the center of interest of mathematical logic. Especially Hilbert considered it to be a fundamental problem. As it seemed too hard to solve the decision problem (or Entscheidungsproblem) in general, the main approach was to restrict the class of formulas (for which a decision algorithm should work) by very simple syntactic criteria. An earlier example of this kind of restriction was the decidability result of Löwenheim [29] for the monadic (only unary predicate symbols) predicate calculus. Later the main such criterion was the form of the quantifier sequence for formulas in prenex form (see [14], [28], [43] for other syntactically defined classes). There is a duality between universal validity and satisfiability. A closed formula (i.e. a formula of predicate calculus without free variables) is universally valid, iff its negation is not satisfiable. Around 1930 the decidability of the satisfiability

---

<sup>1</sup>) Presented at the *Symposium über Logik und Algorithmik* in honour of Ernst SPECKER, Zürich, February 1980.

<sup>2</sup>) This work was supported by the British Science Research Council and by the Swiss National Fonds.