# SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER

Autor(en): **Györy, K.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1980)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-51072

# SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER

par K. Győry

*Dédié à Monsieur le Professeur Kurt Mahler*

## 1. Introduction

Soient $L$ un corps de nombres algébriques de degré $l \geqslant 1$, $\mathbf{Z}_L$ son anneau des entiers, et $K$ une extension de degré $n \geqslant 3$ de $L$. Soient $\beta, \pi_1, \ldots, \pi_s$ $(s \geqslant 0)$ des entiers algébriques non nuls dans $L$ et $d \geqslant 1$. Supposons $(\pi_i) = \mathfrak{p}_i^{h_L}$, où $h_L$ désigne le nombre de classes de $L$, $\mathfrak{p}_1, \ldots, \mathfrak{p}_s$ sont des idéaux premiers distincts avec normes $N(\mathfrak{p}_i) = p_i^{f_i}$ et $p_1, \ldots, p_s$ sont des nombres premiers $\leqslant P$. Pour chaque $\alpha \in K$, notons $\alpha = \alpha^{(1)}, \ldots, \alpha^{(n)}$ les conjugués de $\alpha$ sur $L$. Soient $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ $m \geqslant 2$ entiers algébriques non nuls dans $K$. Comme il est connu (voir par ex. [1]),

$$F(x_1, \ldots, x_m) = N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_m x_m) = \prod_{i=1}^{n} (\alpha_1^{(i)} x_1 + \ldots + \alpha_m^{(i)} x_m)$$

est une forme de degré $n$ à coefficients dans $\mathbf{Z}_L$. Supposons $F$ irréductible sur $L$. De nombreux problèmes de théorie des nombres conduisent à la recherche des solutions $x_1, \ldots, x_m \in \mathbf{Z}_L$, $z_1, \ldots, z_s \in \mathbf{Z}$ de l'équation

$$(1) \qquad N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_m x_m) = \beta \pi_1^{z_1} \ldots \pi_s^{z_s}, \; N((x_1, \ldots, x_m)) \leqslant d.$$

Quand $m = 2$ et $L = \mathbf{Q}$, (1) est justement l'équation de Thue-Mahler et, d'après un célèbre théorème de Mahler [12], [13], (1) n'admet qu'un nombre fini de solutions. Pour certaines généralisations voir Parry [14] et Schlickewei [15]. Ces théorèmes de Mahler, Parry et Schlickewei ne sont pas effectifs, i.e. leurs démonstrations ne fournissent aucun algorithme pour déterminer les solutions. En utilisant la méthode de Baker, A. Vinogradov et Sprindžuk [20], Coates [2], [3], Sprindžuk [17], [18], [19], Kotov [10], Kotov et Sprindžuk [11] et Győry [4], [6] ont obtenu des bornes effectives pour les solutions de l'équation de Thue-Mahler. Les résultats de [10], [11], [4] et

[6] sont valables sur des corps de nombres algébriques $L$ quelconques. Pour $m \geqslant 2$, [4] et [6] contiennent, sous certaines hypothèses faites sur $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$, des majorations effectives pour les solutions de (1). Dans cet article nous donnons des généralisations communes des résultats effectifs mentionnés ci-dessus et de certains théorèmes effectifs [8], [9] obtenus dans le cas $s = 0$. Notre principal résultat a plusieurs applications. Certaines d'entre elles seront publiées dans [7].

## 2. Enoncés des résultats

Soient $L$, $K$, $\beta$ et $\pi_1, \ldots, \pi_s$ comme plus haut. Supposons $\lceil\overline{\beta}\rceil \leqslant b$ et $\max\limits_{1 \leq i \leq s} \lceil\overline{\pi_i}\rceil \leqslant \mathscr{P}$ $(\geqslant 2)$ ($\lceil\overline{\alpha}\rceil$ désigne la maison d'un nombre algébrique $\alpha$, i.e. le maximum des valeurs absolues des racines du polynôme minimal de $\alpha$ sur $\mathbf{Z}$). Pour $s = 0$ soit $P = \mathscr{P} = 2$. Soient $D_K$ le discriminant de $K$, et $G$ une extension galoisienne de $L$ contenant $K$. Désignons par $h_G$ et $R_G$ (resp. $h_L$ et $R_L$) le nombre de classes et le régulateur de $G$ (resp. de $L$). Posons $[G : \mathbf{Q}] = g$, $[G : L] = f$ et soit $r$ le nombre des unités fondamentales de $G$.

Nous disons que les nombres $\alpha_1, \ldots, \alpha_m \in K$ $(m \geqslant 2)$ sont *connexes* par rapport à $K/L$ si le système $\mathscr{L}$ des formes linéaires $l^{(i)}(x) = \alpha_1^{(i)} x_1 + \ldots + \alpha_m^{(i)} x_m$, $i = 1, \ldots, n$, est connexe; i.e. si pour tout $i \neq j$, $1 \leqslant i, j \leqslant n$, il existe une suite $l^{(i)} = l^{(i_1)}, \ldots, l^{(i_v)} = l^{(j)}$ dans $\mathscr{L}$ telle que $\lambda'_{i_\mu} l^{(i_\mu)} + \lambda''_{i_{\mu+1}} l^{(i_{\mu+1})} \in \mathscr{L}$ avec $\lambda'_{i_\mu}, \lambda''_{i_{\mu+1}} \in \overline{\mathbf{Q}} \setminus \{0\}$, $\mu = 1, \ldots, v-1$ (cf. [8], [4] ou [6]).

Exemple 1. Il est évident que si $m = 2$, $0 \neq \alpha_1 \in L$ et $K = L(\alpha_2)$, alors $\alpha_1$ et $\alpha_2$ sont connexes par rapport à $K/L$.

Exemple 2. Si $K = L(\alpha_2, \ldots, \alpha_m)$ avec $[L(\alpha_i) : L] = n_i \geqslant 3$, $i = 2, \ldots, m$, et $n_2 \ldots n_m = n$, alors, d'après le Lemme 4 de [8], les nombres $1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ sont connexes par rapport à $K/L$.

Soit

$$C = \left(25(r+sf+3)g\right)^{k(24(r+2)+sf(2r+13))} R_L^*(h_L \log \mathscr{P})^{3k-2} \,.$$
$$.\left(|D_K|^{1/2}(\log|D_K|)^{ln}\right)^{k-1}\left(P^g(\log P)^7 R_G \log^3(R_G^* h_G)\right)^k \,.$$
$$.\,(R_G + h_G \log P)^{k(sf+2)} \,,$$

où

$$R_L^* = \max(R_L, e) \quad \text{et} \quad R_G^* = \max(R_G, e).$$

Avec les notations et définitions données ci-dessus, on a les résultats suivants:

THÉORÈME 1. *Avec les notations ci-dessus, soient* $L = K_0 \subset K_1 \subset \dots \subset K_k = K$ *des corps de nombres algébriques vérifiant* $[K_i : K_{i-1}] \geqslant 3$, $i = 1, \dots, k$. *Soit* $M_i \subset \mathbf{Z}_{K_i}$ *un* $\mathbf{Z}_L$*-module avec générateurs de maison* $\leqslant A'$ *qui sont* $K_{i-1}$*-linéairement indépendants et connexes par rapport à* $K_i/K_{i-1}$, $i = 1, \dots, k$. *Si* $\alpha_1, \dots, \alpha_m \in M_1 \dots M_k$ *sont linéairement indépendants sur* $L$ *et* $\overline{|\alpha_j|} \leqslant A$, $j = 1, \dots, m$, *alors toute solution* $x_1, \dots, x_m \in \mathbf{Z}_L$, $z_1, \dots, z_s \geqslant 0$ *de* (1) *vérifie*

$$\max\left(\overline{|x_1|}, \dots, \overline{|x_m|}, (p_1^{f_1 z_1} \dots p_s^{f_s z_s})^{h_L/ln}\right) \tag{2}$$
$$< (A^{ml(s+1)} d^s)^{\log \mathcal{P}} \exp\{C(R_G + h_G \log P)\}(A'b)^C.$$

Pour $k = 1$ cette assertion résulte du Théorème 2 de [6]. Le Théorème 1 généralise, à la forme de la borne près, les résultats de [20], [2], [3], [17], [18], [19], [10], [11], [8], [9], [4] et [6] qui sont mentionnés dans l'introduction.

Comme il est connu, dans (1) on peut supposer sans restreindre la généralité que $\alpha_1 = 1$.

COROLLAIRE 1. *Supposons que* $\alpha_1 = 1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \in \mathbf{Z}_K$, $\overline{|\alpha_i|} \leqslant A = A'$, $K_1 = L$, $K_i = L(\alpha_2, \dots, \alpha_i)$, $K_m = K$ *et* $[K_i : K_{i-1}] \geqslant 3$, $i = 2, \dots, m$. *Alors toute solution de* (1) *vérifie* (2) *avec* $k = m - 1$.

Quand $s = 0$, le Corollaire 1 est un cas particulier de notre Théorème 3 dans [8].

Le corollaire suivant est une conséquence immédiate du Corollaire 1.

COROLLAIRE 2. *Soient* $\alpha_1 = 1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \in \mathbf{Z}_K$ *vérifiant* $\overline{|\alpha_i|} \leqslant A = A'$ *et* $K = L(\alpha_2, \dots, \alpha_m)$. *Si* $[L(\alpha_i) : L] = n_i \geqslant 3$, $i = 2, \dots, m$ *et* $n_2 \dots n_m = [K : L]$, *alors toute solution de* (1) *vérifie* (2) *avec* $k = m - 1$.

Le Corollaire 2 a été démontré, avec une majoration différente de (2), dans [6].

Si $0 \neq \alpha \in \mathbf{Z}_L$, notons $\omega(\alpha)$ le nombre des idéaux premiers distincts de $L$ divisant $\alpha$, et $P(\alpha)$ le maximum des normes de ces idéaux. Du Théorème 1 on peut déduire le

THÉORÈME 2. *Soient* $L, K, d$ *et* $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ *comme dans le Théorème 1, et soit* $F(x) = N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m)$. *Il existe des constantes effectives*

$c_i = c_i(K, L, A, A', d) > 0, i = 1, 2,$ *et* $N_o = N_o(K, L, A, A', d)$ *telles que*

$$s \log(s+1) + \log P > c_1 \log\log N \tag{3}$$

*et*

$$P > c_2 \log\log N \tag{4}$$

*pour tout* $x \in \mathbf{Z}_L^m$ *avec* $N((x_1, ..., x_m)) \leqslant d$ *et* $N = \max_{1 \leq i \leq m} | N_{L/Q}(x_i) | \geqslant N_o$, *où* $s = \omega(F(x))$ *et* $P = P(F(x))$.

Le Théorème 2 généralise certains récents résultats de Kotov [10] et Györy [4].

## 3. Démonstrations

La démonstration du Théorème 1 sera basée sur le théorème ci-dessous. Avec les notations du paragraphe précédent, on a le

Théorème A. *Soit* $M = \{\mu_1, ..., \mu_t\} \subset \mathbf{Z}_K$ *un* $\mathbf{Z}_L$*-module. Supposons* $\mu_1, ..., \mu_t$ *L-linéairement indépendants, connexes par rapport à* $K/L$ *et* $\max_j \overline{|\mu_j|} \leqslant A'$. *Si* $y \in M$ *et*

$$N_{K/L}(y) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$$

*avec des entiers* $z_i \geqslant 0$, *alors* $y = \pi_1^{u_1} \dots \pi_s^{u_s} y'$, *où* $u_1, ..., u_s \geqslant 0$ *sont des entiers*, $y' \in \mathbf{Z}_K$,

$$\overline{|y'|} < T$$

*et*

$$T = \exp\{ c_3 R_L^* h_L P^g (\log P)^5 R_G \log^3(R_G^* h_G)(R_G + h_G \log P)^{sf+2} .$$
$$. (\log \mathscr{P}) (R_G + h_G \log P + \log(A'b)) \}$$

*avec*

$$c_3 = (25(r+sf+3)g)^{22r+13sf+2rsf+44} .$$

Ce théorème est une conséquence [1]) du théorème 2 du travail [6] (voir encore la majoration (45) de [4]). Dans la démonstration du théorème 2 de [6], nous avons utilisé la méthode de Baker.

---

[1]) Le théorème 2 de [6] est vrai pour toute extension galoisienne de $L$ contenant le corps de décomposition de $F$.

*Démonstration du Théorème 1.* Démontrons d'abord par récurrence sur $k$ que $y \in M = M_1 \dots M_k$ *et* $N_{K/L}(y) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$ impliquent $y = \pi_1^{u_1} \dots \pi_s^{u_s} y'$ avec $u_1, \dots, u_s \geqslant 0$, où $y' \in \mathbf{Z}_K$ *et*

$$(5) \qquad \overline{|y'|} < n A' \exp \{(\log T)\big(nl(s+1)(\log \mathscr{P})(\log T_4)\big)^{k-1}\} = n A' U_k$$

avec le $T_4$ défini ci-dessous. Pour $k = 1$ cela découle du Théorème A. Supposons (5) prouvé pour $k-1$ avec $k \geqslant 2$. Posons $K_{k-1} = K'$, $[K' : L] = n_1$, $[K : K'] = n_2$ et $M' = M_1 \dots M_{k-1}$. Désignons par $D_{K'}$ et $h_{K'}$ le discriminant et le nombre de classes de $K'$. Comme

$$N_{K/L}(y) = N_{K'/L}\big(N_{K/K'}(y)\big),$$

dans $K'$ on a la décomposition en idéaux premiers

$$\big(N_{K/K'}(y)\big) = \mathfrak{a}\, \mathfrak{P}_1^{z'_1} \dots \mathfrak{P}_q^{z'_q} = (\delta \gamma_1^{w_1} \dots \gamma_q^{w_q}),$$

où $\mathfrak{P}_1, \dots, \mathfrak{P}_q$ sont les idéaux premiers distincts de $K'$ au-dessus de $\mathfrak{p}_1, \dots, \mathfrak{p}_s$, $(\mathfrak{a}, \mathfrak{P}_i) = 1$, $(\delta) \mid (\beta)(\mathfrak{P}_1 \dots \mathfrak{P}_q)^{h_{K'}-1}$, $(\gamma_i) = \mathfrak{P}_i^{h_{K'}}$, et, en vertu du Lemme 6 de [8] et $D_{K'}^{n_2} \mid D_K$, on peut supposer

$$\max_i \overline{|\gamma_i|} < \exp\{(\log P)\big(31(ln_1)^3 \log |D_K|\big)^{ln_1} |D_K|^{1/6}\} = T_1 .$$

Si $(\pi_i, \gamma_j) \neq 1$, alors $N_{K'/L}(\gamma_j^{h_L}) = \eta\, \pi_i^{h_{K'} f_j^*}$ avec $f_j^* \leqslant n_1$ et avec une unité $\eta \in L$ vérifiant

$$\overline{|\eta|} \leqslant T_1^{n_1 l h_L \log \mathscr{P}} = T_2 .$$

Nous avons

$$(6) \qquad N_{K/K'}(y) = \beta_1 (\gamma'_1)^{u'_1} \dots (\gamma'_q)^{u'_q}$$

avec

$$\gamma'_i = \eta^{-1} \gamma_i^{n_1 h_L}, \quad \beta_1 = \delta \eta^{u'_1 + \dots + u'_q} \gamma_1^{d_1} \dots \gamma_q^{d_q},$$

où

$$w_i = h_L u_i + r_i, \quad 0 \leqslant r_i < h_L, \quad u_i = n_1 u'_i + u''_i, \quad 0 \leqslant u''_i < n_1$$

et

$$d_i = r_i + u''_i h_L .$$

Ici $\overline{|\gamma'_i|} \leqslant T_1^{n_1 h_L} T_2^l$. En comparant les normes sur $L$ des membres de gauche et de droite de (6), on obtient

$$\overline{|N_{K'/L}(\beta_1)|} \leqslant (b^{n_1 l}\, T_1^{(s+1) h_L})^{2l(s+1) \log \mathscr{P}} = T_3 .$$

Le Lemme 6 de [8] implique qu'il existe une unité $\varepsilon$ dans $K'$ telle que $N_{K'/L}(\varepsilon) = 1$, $\beta_1 = \varepsilon^{n_2}\beta'$ et $\overline{|\beta'|} \leqslant T_3 T_1$.

Par hypothèse on a $y = y_1\mu_1 + \ldots + y_t\mu_t$, où $y_j \in M'$, $t \leqslant n_2$, $\mu_1, \ldots, \mu_t$ sont $K'$-linéairement indépendants, connexes par rapport à $K/K'$ et $\overline{|\mu_j|} \leqslant A'$. En utilisant le Théorème A, il résulte de (6) que

$$\varepsilon^{-1} y = (\gamma_1')^{v_1} \ldots (\gamma_q')^{v_q} y^*, \quad y^* \in \mathbf{Z}_K$$

et, d'après une majoration de Siegel [16] concernant $R^*_{K'} h_{K'}$,

$$\begin{aligned}\overline{|y^*|} < \exp\{&(s+1)\, l\, h_L^2 c_3 \log(T_1 T_2)\, |D_K|^{1/6} (\log |D_K|)^{n_1 l} P^g \cdot \\ &\cdot (\log P)^5 R_G \log^3 (R_G^* h_G)(R_G + h_G \log P)^{sf+2}(R_G + h_G \log P \\ &+ \log(A'b))(\log \mathscr{P})(\log T_1)\} = \\ &= \exp\{(\log T_4)\big(R_G + h_G \log P + \log(A'b)\big)\} = T_5 .\end{aligned}$$

En considérant les conjugués $\varepsilon^{-1} y^{(i)} = (\varepsilon^{-1} y_1)\mu_1^{(i)} + \ldots + (\varepsilon^{-1} y_t)\mu_t^{(i)}$ $(i = 1, \ldots, n_2)$ de $\varepsilon^{-1} y$ sur $K'$, on obtient $\varepsilon^{-1} y_j = (\gamma_1')^{v_1'} \ldots (\gamma_q')^{v_q'} \sigma_j$ avec $v_i \geqslant 0$ et $\sigma_j \in \mathbf{Z}_{K'}$, où $\overline{|\sigma_j|} < T_5^2$, $j = 1, \ldots, t$. Comme

$$N_{K'/L}(y_j) = N_{K'/L}(\varepsilon^{-1} y_j) = (\pi_1^{v_1''} \ldots \pi_s^{v_s''})^{n_1 h_{K'}} N_{K'/L}(\sigma_j)$$

avec $v_i'' \geqslant 0$, d'après l'hypothèse de récurrence nous obtenons

$$y_j = \pi_1^{w_{1j}} \ldots \pi_s^{w_{sj}} \tilde{y}_j, \quad w_{ij} \geqslant 0, \quad \tilde{y}_j \in \mathbf{Z}_{K'} \quad \text{et} \quad \overline{|\tilde{y}_j|} < T_6 ,$$

où $T_6$ coïncide avec $U_{k-1}$ avec la restriction suivante sur $U_{k-1}$: il faut prendre $T_5^{2n_1}$ au lieu de $b$. Avec la notation $w_i' = \min_j w_{ij}$ nous avons

$$y_j = \kappa y_j', \quad \kappa = \pi_1^{w_1'} \ldots \pi_s^{w_s'}, \quad y_j' \in \mathbf{Z}_{K'}$$

et

$$\overline{|y_j'|} < T_6^{1,1(s+1)l \log \mathscr{P}} < U_k .$$

Pour

$$y' = y_1'\mu_1 + \ldots + y_t'\mu_t$$

on a $y = \kappa y'$ et $y'$ vérifie (5).

Si $x_1, \ldots, x_m \in \mathbf{Z}_L$, $z_1, \ldots, z_s \geqslant 0$ est une solution quelconque de (1), en considérant les conjugués de $\alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_m x_m = y$ sur $L$ on obtient

$x_i = \kappa v_i / v$ avec $v_i, v \in \mathbf{Z}_G$, où

$$\overline{|v|} \leqslant (mA)^m, \quad \overline{|v_i|} \leqslant (mA)^{m-1} n A' U_k .$$

Comme $\kappa \mid \nu(x_1, \ldots, x_m)$, on déduit

$$\overline{|\kappa|} \leqslant \mathscr{P}^{s[ml \log(mA) + \log d]},$$

ce qui implique (2).

*Démonstration du Corollaire 1.* Considérons les $\mathbf{Z}_L$-modules $M_i = \{1, \alpha_i\}$, où $1, \alpha_i$ sont $K_{i-1}$-linéairement indépendants et connexes par rapport à $K_i/K_{i-1}$. Comme $1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m \in M_2 \ldots M_m$ sont $L$-linéairement indépendants, le Corollaire 1 est une conséquence simple de notre Théorème 1.

*Démonstration du Théorème 2.* Soit $0 \neq x \in \mathbf{Z}_L^m$ avec $N((x_1, \ldots, x_m)) \leqslant d$ et considérons la décomposition de $F(x)$ en idéaux premiers

$$(F(x)) = \mathfrak{p}_1^{u_1} \ldots \mathfrak{p}_s^{u_s}. \tag{7}$$

Posons $\mathfrak{p}_i^{h_L} = (\pi_i)$ et $u_i = h_L z_i + r_i$ avec $0 \leqslant r_i < h_L$, $i = 1, \ldots, s$. En vertu de (7) $\mathfrak{p}_1^{r_1} \ldots \mathfrak{p}_s^{r_s} = (\beta)$ est un idéal principal dans $L$, et on a

$$F(x) = \eta \beta \pi_1^{z_1} \ldots \pi_s^{z_s} \tag{8}$$

avec une unité $\eta \in L$ convenable. D'après le Lemme 3 de [5], on peut supposer que

$$\overline{|\pi_i|} \leqslant P^{h_L/l} c_4.$$

De plus, d'après ce lemme $\eta \beta = \varepsilon^{-n} \beta_1$ avec une unité $\varepsilon \in L$ et avec un $\beta_1 \in \mathbf{Z}_L$ vérifiant

$$\overline{|\beta_1|} \leqslant P^{sh_L/l} c_4^n,$$

où $c_4 = c_4(L)$ est effectivement calculable. (8) implique

$$F(\varepsilon x) = \beta_1 \pi_1^{z_1} \ldots \pi_s^{z_s} \tag{9}$$

Nous pouvons maintenant appliquer le Théorème 1 à (9), et nous obtenons

$$\max_{1 \leq i \leq m} \overline{|\varepsilon x_i|} < \exp\{c_5 (c_6(s+1))^{C_7(s+1)} P^{c_8} \,.\, (\log P)^{C_9(s+1)}\} \tag{10}$$

avec des constantes effectives $c_5 = c_5(K, L, A, A', d)$ et $c_i = c_i(K, L)$, $6 \leqslant i \leqslant 9$.

Il est évident que

$$|N_{L/\mathbf{Q}}(x_i)| \leqslant \overline{|\varepsilon x_i|}^{\,l}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{11}$$

De plus, d'après un théorème bien connu

$$s \leqslant 2l\,P/\log P\,. \tag{12}$$

Donc, si $N_o$ est assez grand, alors en vertu de $N = \max\limits_i \mid N_{L/\mathbf{Q}}(x_i) \mid \geqslant N_o$, (10), (11) et (12), $P$ est également grand et (10) entraîne

$$s \log(s+1) + \log P + s \log\log P > c_7 \log\log N \tag{13}$$

avec une constante effective $c_{10} = c_{10}(K, L, A, A', d) > 0$. Comme

$$s \log\log P < 2 \ \max\big(s \log(s+1), \log P\big)\,,$$

(3) résulte de (13). Enfin, (3) et (12) impliquent (4).

## BIBLIOGRAPHIE


[1] Borevich, Z. I. and I. R. Shafarevich. *Number theory*. Academic Press, New York and London, 1967.

[2] Coates, J. An effective $p$-adic analogue of a theorem of Thue. *Acta Arith. 15* (1969), pp. 279-305.

[3] —— An effective $p$-adic analogue of a theorem of Thue II, The greatest prime factor of a binary form. *Acta Arith. 16* (1970), pp. 399-412.

[4] Györy, K. On the greatest prime factors of decomposable forms at integer points. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I, 4* (1978/1979), pp. 341-355.

[5] —— On the solutions of linear diophantine equations in algebraic integers of bounded norm. *Ann. Univ. Sci. Budapest, Sect. Math. 22-23* (1979/1980), pp. 225-233.

[6] —— Explicit upper bounds for the solutions of some diophantine equations. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I, 5* (1980), pp. 3-12.

[7] —— Explicit lower bounds for linear forms with algebraic coefficients. *A paraître.*

[8] Györy, K. and Z. Z. Papp. Effective estimates for the integer solutions of norm form and discriminant form equations. *Publ. Math. Debrecen 25* (1978), pp. 311-325.

[9] —— Norm form equations and explicit lower bounds for linear forms with algebraic coefficients. *A paraître.*

[10] Kotov, S. V. The Thue-Mahler equation in relative fields (en russe). *Acta Arith. 27* (1975), pp. 293-315.

[11] Kotov, S. V. and V. G. Sprindžuk. The Thue-Mahler equation in a relative field and approximation of algebraic numbers by algebraic numbers (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR 41* (1977), pp. 723-751.

[12] Mahler, K. Zur Approximation algebraischer Zahlen, I. Über den grössten Primteiler binärer Formen. *Math. Ann. 107* (1933), pp. 691-730.

[13] —— Zur Approximation algebraischer Zahlen II. Über die Anzahl der Darstellungen ganzer Zahlen durch Binärformen. *Math. Ann. 108* (1934), pp. 37-55.

[14] Parry, C. J. The $P$-adic generalization of the Thue-Siegel theorem. *Acta Math. 83* (1950), pp. 1-100.

[15] Schlickewei, H. P. On norm form equations. *J. Number Theory 9* (1977), pp. 370-380.

[16] Siegel, C. L. Abschätzung von Einheiten. *Nachr. Göttingen* (1969), 71-86.

[17] Sprindžuk, V. G. A new application of $p$-adic analysis to representation of numbers by binary forms (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR 34* (1970), pp. 1038-1063.

[18] —— Rational approximations to algebraic numbers (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR 35* (1971), pp. 991-1007.

[19] —— On the structure of numbers representable by binary forms (en russe). *Dokl. Akad. Nauk BSSR 17* (1973), pp. 685-688.

[20] Vinogradov, A. I. and V. G. Sprindžuk. The representation of numbers by binary forms (en russe). *Mat. Zametki 3* (1968), pp. 369-376.

*(Reçu le 10 décembre 1979)*

*Note ajoutée aux épreuves.* 1. En utilisant le théorème 1 de mon article « On the representation of integers by decomposable forms in several variables » (à paraître) au lieu du Théorme A, on peut aisément majorer, sous les hypothèses du Théorème 1, les solutions de (1) en entiers $x_1, \ldots, x_m$ d'un corps de nombres quelconque.

2. Dans mon travail « Sur une généralisation de l'équation de Thue-Mahler » (*C. R. Acad. Sc. Paris 290* (1980), 633-635), $C$ doit être remplacé par la constante $C$ ci-dessus. Dans ses corollaires 1 et 2, il faut prendre $k = m - 1$, et il faut supposer $K = L(\alpha_2, \ldots, \alpha_m)$.

Kálmán Györy

Université Kossuth Lajos
Institut de Mathématiques
4010 Debrecen
Hongrie