

§ 4. Appendice: Suite de Morse pondérée et nombres de Pisot

Objekttyp: **Appendix**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1980)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ainsi, si un élément est algébrique irrationnel dans une base, il est transcendant dans toute base indépendante (comparer avec le problème 1 du paragraphe 1). Il serait intéressant d'élargir le champ d'application du résultat précédent de façon à pouvoir l'appliquer au corps \mathbf{R} . Dans cet ordre d'idée, il faut signaler le résultat suivant obtenu indépendamment par Dekking [5], K. Kubota [9] et A. van der Poorten [17] employant une méthode de K. Mahler.

THÉORÈME 2. *Le nombre de Morse*

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_n}{2^n}$$

est transcendant.

La méthode employée pour établir ce résultat devrait pouvoir permettre de montrer que si la suite $S = (\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots)$ est engendrée par un g -automate, alors $\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n g^{-n}$ est transcendant. Ceci répondrait à la conjecture énoncée au premier paragraphe.

§ 4. APPENDICE: SUITE DE MORSE PONDÉRÉE ET NOMBRES DE PISOT

Soit $c = (c_n)$ une suite infinie de nombres réels. A l'entier $n \geq 0$, on associe le nombre

$$f_c(n) = \exp 2i\pi \sum_{k=0}^{\infty} e_k(n) c_k,$$

où $e_k(n)$ est la k^e décimale binaire de n . On peut alors montrer que la suite f_c admet une corrélation:

$$\forall l \in \mathbf{Z}, \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{f_c(n)} f_c(n+l) = \gamma_c(l) \text{ existe.}$$

Cette corrélation γ_c est transformée de Fourier d'une mesure positive bornée Λ_c

$$\gamma_c(l) = \int_0^1 (\exp 2i\pi l x) \Lambda_c(dx).$$

Soit $\theta \geq 1$ un nombre réel. Considérons la suite $c = (\theta^n)$ à laquelle correspondra la mesure Λ_c notée Λ_θ .

THÉORÈME 3. Si θ est un nombre de Pisot, alors Λ_θ est une mesure atomique. Si θ n'est pas un nombre de Pisot, alors Λ_θ est une mesure continue, purement singulière.

(Voir [4], [11], [12], [13].)

Ce type de résultat montre qu'une étude spectrale des suites précédemment étudiées est possible. T. Kamae est en train de l'entreprendre et ses résultats seront publiés ultérieurement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BAUM, L. and M. SWEET. Continued fractions of algebraic power series in characteristic 2. *Ann. Math.* 103 (1976), 593-610.
- [2] COBHAM, A. On the base-dependance of sets of numbers recognizable by finite automata. *Math. Syst. Theory* 3 (1969), 186-192.
- [3] ——— Uniform Tag sequences. *Math. Syst. Theory* 6 (1972), 164-192.
- [4] COQUET, J., T. KAMAE et M. MENDES FRANCE. Sur la mesure spectrale de certaines suites arithmétiques. *Bull. Soc. Math. France* 105 (1977), 369-384.
- [5] DEKKING, M. Transcendence du nombre de Thue-Morse. *Comptes Rendus Ac. Sc. Paris* 285 (A) (1977), 157-160.
- [6] DELLACHERIE, C. Nombres au hasard (de Borel à Martin Loff). *Gazette des Math., Soc. Math. France* 11 (1978), 23-58.
- [7] EILENBERG, S. *Automata, Languages and Machines, vol. A*. Academic Press, 1974.
- [8] KOLMOGOROFF, A. N. On tables of random numbers. *Sankhyá* 25 (1963), 369-376.
- [9] KUBOTA, K. An application of Kronecker's theorem to transcendence theory. *Séminaire théorie des nombres de Bordeaux, 1975-76, exposé 25*.
- [10] MARTIN-LÖF, P. The definition of random sequences. *Information and Control* 9 (1969), 602-619.
- [11] MENDES FRANCE, M. Deux remarques concernant l'équirépartition. *Acta Arith.* 14 (1968), 163-167.
- [12] ——— Nombres normaux. Applications aux fonctions pseudo-aléatoires. *Jour. Anal. Math. Jerusalem* 20 (1967), 1-56.
- [13] QUEFFELEC, M. Mesures spectrales associées à certaines suites arithmétiques. *Bull. Soc. Math. France* 107 (1977), 385-421.
- [14] RUDIN, W. Some theorem on Fourier coefficients. *Proc. Amer. Math. Soc.* 10 (1937), 413-417.
- [15] SHAPIRO, H. S. *Extremal problems for polynomials and power series*. Thèse MIT 1951.
- [16] SCHNORR, C. P. *Zufälligkeit und Wahrscheinlichkeit*. Lecture Notes in Math. 218, Springer Verlag, 1970.
- [17] VAN DER POORTEN, A. Propriétés arithmétiques et algébriques de fonctions satisfaisant une classe d'équations fonctionnelles. *Séminaire Théorie des Nombres de Bordeaux, 1974-75, exposé 7*.

(Reçu le 3 janvier 1980)

Michel Mendes France

UER Mathématiques et Informatique
Université Bordeaux I
351, Cours de la Libération
F-33405 Talence