# §0. Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1978)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

# MÉTRIQUES KÄHLÉRIENNES ET SURFACES MINIMALES

par Hansklaus RUMMLER [1])

## § 0. INTRODUCTION

Il est bien connu que dans une variété kählérienne les sous-variétés complexes locales sont des sous-variétés minimales par rapport à la métrique riemanienne induite par la métrique kählérienne donnée. Une première démonstration a été donnée par Wirtinger dans [4] pour $\mathbf{C}^n$ avec la métrique canonique $\Sigma\, dz_i \otimes d\bar{z}_i$. Dans la suite, plusieurs auteurs ont généralisé le résultat pour les variétés kählériennes quelconques (voir par ex. [2] et [3]).

Le but de ce travail est de fournir une preuve que cette condition nécessaire est aussi suffisante pour qu'une métrique hermitienne donnée soit kählérienne. En effet, on démontre un résultat encore plus général: Si toutes les sous-variétés complexes locales de dimension 1 sont des surfaces minimales par rapport à la métrique riemanienne induite par une métrique hermitienne donnée, celle-ci est déjà kählérienne. Il suffit même de montrer l'existence d'une famille assez large de sous-variétés complexes locales de dimension 1 qui sont des surfaces minimales.

La démonstration du résultat susmentionné consiste en deux parties (voir les lemmes 1 et 2 du paragraphe 2): la première prouve que l'hypothèse implique que toutes les sous-variétés complexes locales de dimension 2 sont kählériennes avec la métrique hermitienne induite; la seconde en tire la conclusion que la métrique donnée est déjà kählérienne.

Vu sa simplicité et pour être complet nous donnons également la preuve de la nécessité de la condition.

## § 1. RAPPELS ET NOTATION.

Soit $M$ une variété complexe. Pour chaque $x \in M$ l'espace tangent $T_x M$ est un espace vectoriel sur $\mathbf{C}$, la structure complexe étant fournie par l'application $(dz_1, \ldots, dz_n) : T_x M \to \mathbf{C}^n$ si $z_1, \ldots, z_n$ sont des coor-

[1]) Supporté par une bourse du Fonds national suisse de la Recherche.