

CONTENTS

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1977)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ON REPRESENTATION OF FUNCTIONS BY MEANS OF SUPERPOSITIONS AND RELATED TOPICS ¹

by A. G. VITUSHKIN

CONTENTS

PREFACE	256
CHAPTER 1. Survey of results	257
1. Superpositions of analytic functions	258
2. The problem of resolvents	259
3. Superpositions of smooth functions and the theory of approxi- mation	261
4. Superpositions of continuous functions	263
5. Linear superpositions	265
CHAPTER 2. Superpositions of smooth functions	267
1. The notion of entropy	267
2. The entropy of the space of smooth functions	269
3. Theorem on superpositions of smooth functions	276
CHAPTER 3. Superpositions of continuous functions	277
1. Certain improvements of Kolmogorov's theorem	277
2. The theorem of Kahane	279
3. The main lemma	280
4. The proof of the theorem	282
CHAPTER 4. Linear superpositions	283
1. Notation	283
2. Estimate of the difference of the integrals of one term of a super- position along nearby level curves	284
3. Deletion of dependent terms	288
4. Reduction of linear superpositions to a form with independent terms	292

¹) Summary of lectures given at the University of California in Los Angeles, in April-May 1977, under the sponsorship of the International Mathematical Union.

5. The set of linear superpositions in the space of continuous functions is closed	296
6. The set of linear superpositions in the space of continuous functions is nowhere dense	299
CHAPTER 5. Dimension of the space of linear superpositions	302
1. (ε, δ) -entropy and the "dimension" of function spaces	302
2. (ε, δ) -entropy of the set of linear superpositions	306
3. Functional "dimension" of the space of linear superpositions	311
4. Variation of superpositions of smooth functions	312
5. Instability of the representation of functions as superpositions of smooth functions	316
REFERENCES	317

PREFACE

By means of an algebraic substitution, the so-called Tschirnhaus transformation, the general algebraic equation of the n -th degree $x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$ may be reduced to the form $y^n + b_4 y^{n-4} + b_5 y^{n-5} + \dots + b_{n-1} y + 1 = 0$. Further attempts by algebraists to reduce the solution of the general algebraic equation to the solution of equations containing a smaller number of parameters remained unsuccessful for a long time (the problem of resolvents).

In his famous Mathematical Problems [1] Hilbert looked at this problem in a new way, formulating it as No. 13 in the following form: the impossibility of solving the general equation of the 7-th degree by means of functions of only two variables. To prove this Hilbert regarded it as possible to show that the equation of the 7-th degree $f^7 + xf^3 + yf^2 + zf + 1 = 0$ is not soluble by means of any continuous functions of only two variables.

Various mathematicians have understood the 13-th Problem differently and have attributed to it results of a different character.

Hilbert [3] found an algebraic substitution reducing the solution of the general algebraic equation of the 9-th degree to the solution of equations with 4 parameters. Hilbert proved also the existence of analytic functions of three variables not representable by superpositions of functions of only two variables. Ostrowski [2] constructed an analytic function of two variables not representable as a superposition of infinitely differentiable functions of one variable and arithmetic operations. The author [4] proved the