1. Introduction

FORMES-VOLUME SUR LES VARIÉTÉS A BORD

par Augustin BANYAGA

1. Introduction

Soit M une variété différentiable. Une famille à 1-paramètre de formes-volume τ_t est la donnée pour tout $t \in [0, 1]$, d'une forme différentielle de degré maximum, partout non nulle, C^∞, et variant différentiablement avec t.

Moser [1] a démontré qui si τ_t est une famille à 1-paramètre de formes-volume sur une variété différentiable M connexe et compacte sans bord, la condition $\int_M \tau_t = \int_M \tau_0$, pour tout t, entraînait l'existence d'une isotopie Φ_t de M telle que $\Phi_t^* \tau_t = \tau_0$.

Nous donnons ici une généralisation de ce théorème aux variétés compactes, connexes, à bord, par une méthode qui évite l'emploi des formes harmoniques. Notre résultat s'énoncera ainsi:

THÉORÈME. Soit M une variété différentiable orientable, à bord ∂M, compacte et connexe de dimension n, τ_t une famille à 1-paramètre de formes-volume. Les conditions suivantes sont équivalentes:

(i) $\int_M \tau_t = \int_M \tau_0$, pour tout t

(ii) Il existe une famille à 1-paramètre de $(n-1)$-formes α_t telles que $\partial \tau_t / \partial t = d \alpha_t$ et $\alpha_t (x) = 0$ pour tout $x \in \partial M$.

(iii) Il existe une isotopie Φ_t de M telle que

$$\Phi_t^* \tau_t = \tau_o, \Phi_o = \text{id et } \Phi_t \mid \partial M = \text{id}.$$

2. Nous utiliserons les lemmes suivants:

Lemme 1. Il existe un atlas $(U_i, \varphi_i)_{i=o, \dots, m}$, $m < \infty$, de M où tous les U_i sont des ouverts non vides de M tels que $U_0 \subset \bigcap_{i=1}^{m} U_i$ et $U_0 \cap \partial M = \phi$, les φ_i étant des difféomorphismes préservant l'orientation de U_i sur $\mathbf{R}^n$ ou $\mathbf{R}_+^n = \{x = (x_1 \dots x_n) \in \mathbf{R}^n \mid x_1 \geqslant 0\}$.