

1. Introduction

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

FIBRÉS EN DROITES ET FEUILLETAGES DU PLAN

par Claude GODBILLON

1. INTRODUCTION

Il est bien connu que tout feuilletage \mathcal{F} du plan \mathbf{R}^2 possède les propriétés suivantes :

(i) \mathcal{F} est orientable;

(ii) chaque feuille de \mathcal{F} est fermée dans \mathbf{R}^2 et homéomorphe à la droite réelle \mathbf{R} : Poincaré-Bendixson;

(iii) l'espace des feuilles X de \mathcal{F} est une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe (en général non séparée): Haefliger-Reeb [2];

(iv) la projection $p: \mathbf{R}^2 \rightarrow X$ est une fibration localement triviale: Whitney [4].

Inversement d'ailleurs si X est une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe, et si $\eta: E \xrightarrow{p} X$ est un fibré localement trivial en droites réelles sur X , l'espace total E est une variété topologique de dimension 2 à base dénombrable et acyclique. Si elle est séparée elle est homéomorphe au plan \mathbf{R}^2 , et les fibres de η déterminent un feuilletage du plan.

Deux feuilletages (orientés) \mathcal{F} et \mathcal{F}' de \mathbf{R}^2 sont *conjugués* s'il existe un homéomorphisme h du plan transformant les feuilles de l'un en les feuilles de l'autre. On peut de plus imposer à l'homéomorphisme h de conserver l'orientation du plan \mathbf{R}^2 , ou d'être compatible avec les orientations des feuilletages, ou encore d'avoir simultanément ces deux propriétés (cette dernière situation a été étudiée par Kaplan [3]).

Dans chacun de ces cas les espaces des feuilles X et X' de \mathcal{F} et \mathcal{F}' sont homéomorphes, et les fibrés $p: \mathbf{R}^2 \rightarrow X$ et $p': \mathbf{R}^2 \rightarrow X'$ sont isomorphes¹⁾.

¹⁾ Deux fibrés $p: E \rightarrow X$ et $p': E' \rightarrow X'$ sont *isomorphes* s'il existe des homéomorphismes $F: E \rightarrow E'$ et $f: X \rightarrow X'$ tels que $p' \circ F = f \circ p$. Lorsque $X = X'$ et $f = id_X$ on dit qu'ils sont *équivalents*.

On peut donc ramener le problème de la classification des feuilletages du plan aux deux problèmes suivants :

(i) classifier les variétés topologiques de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexes ;

(ii) classifier sur une telle variété les fibrés en droites localement triviaux ayant un espace total séparé.

2. UN EXEMPLE IMPORTANT : LE BRANCHEMENT SIMPLE [1]

Le *branchement simple* Z est la variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et contractile obtenue à partir de l'espace somme de deux exemplaires R_1 et R_2 de la droite réelle \mathbf{R} en identifiant les points $x_1 \in R_1$ et $x_2 \in R_2$ pour $x_1 = x_2 < 0$.

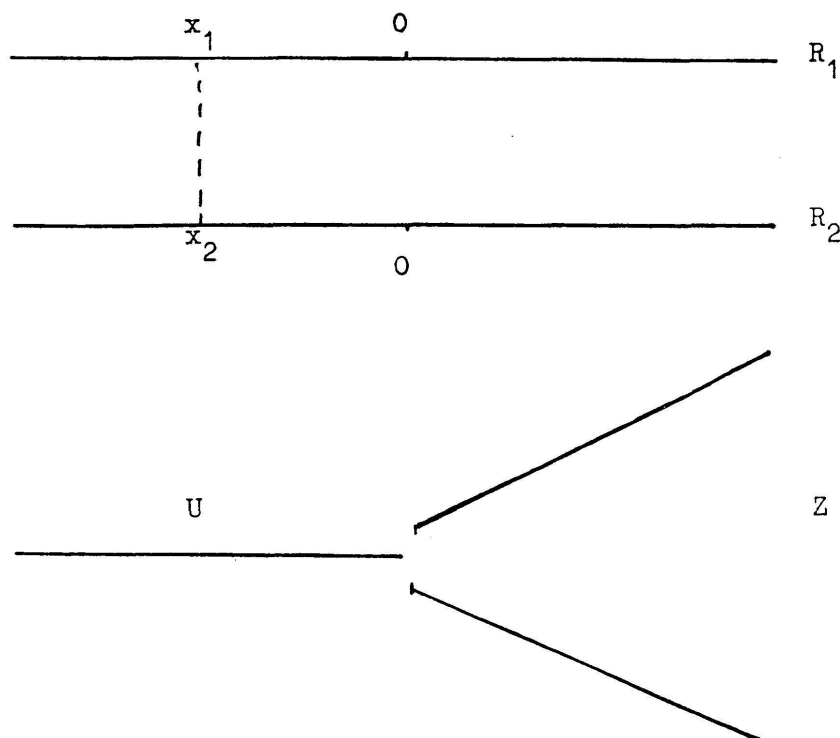


FIG. 1

On identifie à $] -\infty, 0[$ l'ouvert U de Z correspondant aux points $x_1 < 0$ de R_1 .

La donnée d'un fibré en droites localement trivial $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ sur Z est équivalente à celle d'une application continue g de U dans le groupe G des homéomorphismes de \mathbf{R} .