4. Géométries planes combinatoires

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1970)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

d \ n	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	1	1	1	1	1
2			1	2	4	9	23	68
3				1	3	11	49	617
4					1	4	22	217
5						1	5	40
6							1	6
7								1
g_n		1	2	4	9	26	101	950

Si l'on pose $g_n = g_{n1} + g_{n2} + \dots + g_{n,n-1}$ = (nombre total des géométries différentes sur n éléments), on constate que $g_{n+1} \# (g_n)^{\frac{3}{2}}$ ce qui donnerait environ 30 000 géométries différentes sur un ensemble à 9 points.

Nous allons donc pour continuer nous limiter au cas des plans (d=2), ligne soulignée du tableau.

4. *Géométries planes combinatoires*

Si $d = 2$, les seules variétés sont les points, les droites et l'ensemble S tout entier. Une géométrie plane combinatoire pourra alors être définie par l'ensemble S de ses points et l'ensemble de ses droites, qui est un sous-ensemble de $\mathscr{P}(S)$ satisfaisant aux axiomes suivants (cf [3], p. 318).

G_1. Par deux points distincts il passe une droite et une seule.
G_2. Toute droite contient au moins deux points distincts.
G_3. Il existe 3 points non situés sur une même droite.

Si l'ensemble S est fini, on obtient un plan combinatoire fini.

5. (k, r) *plans combinatoires*

Nous allons considérer maintenant des géométries planes combinatoires finies qui sont également des (k, r, s) plans au sens de G. Heuze [7] et des « blocks-designs » ou configurations tactiques au sens de [2], § 2. D'une façon précise nous définissons un (k, r) *plan combinatoire* par les axiomes suivants (concernant comme toujours, un ensemble S de points et un sous-ensemble de $\mathscr{P}(S)$ dont les éléments sont dénommés droites)