

# RÉSUMÉ

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1970)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# UNE DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE DU THÉORÈME DE LEBESGUE SUR LA DÉRIVATION DES FONCTIONS CROISSANTES

par G. LETTA (Pisa)

## RÉSUMÉ

On expose une démonstration élémentaire du théorème de Lebesgue concernant la dérivabilité p.p. d'une fonction  $F$  croissante et la décomposition de Lebesgue de la mesure engendrée par  $F$ . Cette démonstration ne fait pas appel au lemme de recouvrement de Vitali (ni à aucune autre proposition analogue). On démontre d'abord un théorème (Théor. 1) concernant une fonction  $F$  quelconque (non nécessairement croissante) et donnant un certain nombre d'inégalités entre l'accroissement  $F(b) - F(a)$  de la fonction  $F$  sur un intervalle  $[a, b]$  et les intégrales inférieures et supérieures, sur cet intervalle, des quatre dérivées généralisées de  $F$ .

Ce théorème permet déjà d'obtenir le théorème de Lebesgue dans le cas particulier où la fonction  $F$  est, ou bien localement lipschitzienne (Cor. 1), ou bien singulière (Cor. 2). On démontre ensuite le théorème de Lebesgue dans le cas général (Théor. 2).

---

Pour toute application  $F$  de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$ , nous poserons <sup>1</sup> (pour  $x \in \mathbf{R}$ )

$$F_-(x) = \liminf_{y \rightarrow x, y \leq x} F(y), \quad F_+(x) = \liminf_{y \rightarrow x, y \geq x} F(y),$$

$$F^-(x) = \limsup_{y \rightarrow x, y \leq x} F(y), \quad F^+(x) = \limsup_{y \rightarrow x, y \geq x} F(y),$$

$$D_- F(x) = \liminf_{y \rightarrow x, y < x} \frac{F(y) - F(x)}{y - x}, \quad D_+ F(x) = \liminf_{y \rightarrow x, y > x} \frac{F(y) - F(x)}{y - x},$$

$$D^- F(x) = \limsup_{y \rightarrow x, y < x} \frac{F(y) - F(x)}{y - x}, \quad D^+ F(x) = \limsup_{y \rightarrow x, y > x} \frac{F(y) - F(x)}{y - x}.$$

---

<sup>1</sup> On note  $\mathbf{R}$  l'ensemble des nombres réels, et  $\mathbf{Q}$  l'ensemble des nombres rationnels.