

7. RÉOLUTION DE L'ÉQUATION HOMOGÈNE $T_p(y) = 0$.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 2-3: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{(p+i-1)!}{(n-i)! i!} P_{n-i}(x) \cdot y^{(n-i)}(x) = f(x) \quad (22)$$

où

$$f(x) = \frac{(p-1)!}{n!} f_0(x).$$

Nous donnerons ici seulement les résultats obtenus par M. Săulesco qui peuvent être établis d'une manière analogue au cas traité dans cet article pour l'équation (3).

7. RÉOLUTION DE L'ÉQUATION HOMOGÈNE $T_p(y) = 0$.

La solution y_0 de l'équation homogène (19) [$f_0(x) \equiv 0$],

$$y_0 = Q_{n+p-1}(x) = \sum_{j=0}^{n+p-1} q_j x^j \quad (23)$$

qui dépend des $p+n$ constantes arbitraires q_j , ne peut vérifier l'équation homogène correspondante $T_p(y) = 0$ que si l'on introduit p conditions supplémentaires entre ces constantes. Intégrant p fois cette dernière équation, apparaît un polynome du $(p-1)$ -ème degré et son identification à zéro donne les p conditions cherchées portant sur les coefficients de $P_n(x)$ [introduits par (8)], et sur ceux de y_0

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i (n-i+j)! (p+i-j-1)! a_{n-i} q_{n+j-i} = 0$$

$$(j=0, 1, \dots, p-1). \quad (24)$$

Ces conditions peuvent être mises par une autre voie sous une forme plus restreinte dans laquelle figure la fonction connue $g(t)$ de (8). Observons pour cela que l'opérateur $T_p(y_0)$ peut s'écrire, tenant compte de (8) et exprimant le polynome y_0 par son développement taylorien en $(x-t)$,

$$T_p(y_0) = (-1)^n \frac{n!}{(p-1)!} \sum_{j=0}^{p-1} C_{p-1}^j x^j \int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[\frac{y_0^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-j-1)} dt \quad (25)$$

d'où les p conditions mentionnées

$$\int_0^1 g(t) \cdot t^{n+p-j} \left[\frac{y_0^{(j)}(t)}{t^{n+1}} \right]^{(p-j-1)} dt = 0, \\ (j = 0, 1, \dots, p-1). \quad (26)$$

Si nous prenons le polynome y_0 sous la forme

$$y_0 = \int_0^1 h(u) \frac{(x-u)^{n+p-1}}{(n+p-1)!} du \quad (27)$$

avec $h(u)$ arbitraire, mais intégrable sur $[0, 1]$, les conditions (26) s'écrivent

$$\int_0^1 \int_0^1 g(t) \cdot h(u) \cdot (t-u)^n \cdot u^{p-j-1} \cdot dt \cdot du = 0, \quad (j=0, 1, \dots, p-1) \quad (28)$$

qu'on peut aussi déduire directement de (24).

8. RÉOLUTION DE L'ÉQUATION NON-HOMOGENÈ (20).

Une solution Y de l'équation non-homogène (19) est

$$Y = \frac{1}{(n+p-1)!} \int_0^x (x-t)^{n+p-1} \frac{f_0^{(p)}(t)}{P_n(t)} dt \quad (29)$$

dans l'hypothèse $P_n(0) \neq 0$ et comme elle satisfait aux conditions de Cauchy

$$Y(0) = Y'(0) = \dots = Y^{(n+p-1)}(0) = 0 \quad (30)$$

on peut chercher une solution particulière Y_p de (20) qui soit de la forme

$$Y_p = Y + W_{p-1}(x) \quad (31)$$

où $W_{p-1}(x)$ est un polynome du $(p-1)$ ème degré en x . Si l'on suppose $f_0(x)$ de la classe $C^p[0, b]$ — l'intervalle $[0, b]$ ne contenant aucune racine de $P_n(x)$ — les coefficients de $W_{p-1}(x)$ pourront être déterminés par une identification

$$T_p[W_{p-1}(x)] = \sum_{i=0}^{p-1} f_0^{(i)}(0) \frac{x^i}{i!}. \quad (32)$$