

# Qu'en conclure pour l'enseignement ?

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1962)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Géométrie différentielle;  
Topologie différentielle;  
Probabilités.

Ces disciplines en pleine activité se développent suivant les mêmes principes que BOURBAKI; le langage utilisé est le même. Dans les colloques spécialisés qui leur sont consacrées, les meilleurs spécialistes utilisent les mêmes méthodes, le même langage, ont les mêmes préoccupations. Dans ses parties les plus dynamiques, l'Analyse moderne manifeste donc une grande unité.

#### QU'EN CONCLURE POUR L'ENSEIGNEMENT ?

De tout temps on a adapté l'enseignement à l'évolution de la science, mais il y a eu souvent des retards à cette adaptation, pour le plus grand dommage de la science et de l'enseignement; en particulier, depuis un demi-siècle le progrès scientifique a été si rapide qu'un grand retard était presque inévitable; ainsi en Mathématiques, où la révolution provoquée par la théorie des ensembles et la méthode axiomatique a donné à notre science un visage nouveau. Plusieurs raisons nous invitent de façon urgente à rénover à tous les niveaux, universitaire, secondaire et primaire :

— Pour l'avenir des Mathématiques d'abord; ce ne sont ni les vieillards, ni même les hommes mûrs qui font œuvre géniale en Mathématiques; il faut donc « déblayer le terrain » pour les jeunes. Pour que l'assimilation leur reste possible, on doit leur rendre apparentes les grandes idées simplificatrices, leur apprendre à débrouiller des situations complexes, en leur enseignant des théories qui unifient, qui jettent des ponts entre diverses disciplines. Certes il faut pour cela faire des sacrifices, accepter de ne plus enseigner telle théorie élégante que plusieurs siècles avaient polie, mais qui n'apparaît plus que comme un rameau isolé.

— Pour les utilisateurs (de plus en plus nombreux) des mathématiques, ensuite. D'une part de nombreux outils mathématiques sont devenus indispensables ou utiles en physique ou dans la technique: Matrices, transformations de Fourier ou Laplace, équations aux dérivées partielles, distributions, espaces de Hilbert, etc.;

d'autre part les Mathématiques nouvelles ont apporté dans tous les domaines une simplification et une économie de pensée, dont le technicien ou le physicien peuvent faire leur profit, aussi bien que le futur mathématicien.

Certes, les livres d'enseignement indispensables pour cette rénovation manquent encore; tout à leur travail de découverte, les mathématiciens ont laissé se creuser un large fossé entre recherche et enseignement; depuis une dizaine d'années, effrayés de voir s'agrandir le fossé, ils ont réagi: Ils ont d'abord réformé leur propre enseignement; puis ils se sont tournés vers leurs collègues de l'enseignement secondaire et ont commencé avec eux une conversation féconde; il leur reste à s'armer de courage pour un travail essentiel et urgent: Le temps des critiques et des indications vagues est passé; il leur faut maintenant écrire des livres d'enseignement ou aider leurs collègues techniciens et de l'enseignement secondaire à en écrire. Il ne s'agira pas de décalquer l'œuvre de BOURBAKI, qui était conçue pour des étudiants avancés, mais d'adapter à chaque niveau, langage, méthodes et outils des mathématiques de notre temps.

— Pour ceux qui ne deviendront ni mathématiciens, ni utilisateurs des mathématiques, les mathématiques constituent une discipline essentielle pour la formation de l'esprit; l'accord est fait depuis longtemps sur ce point. A ceux-là les mathématiques modernes apporteront peut-être plus encore: La théorie des ensembles étudiée en connexion avec la logique est formatrice et séduisante; la simplicité des systèmes axiomatiques multivalents rend possible leur étude sans une grande technique, et leurs applications sont suffisamment variées pour que cette étude n'apparaisse pas comme un jeu vain.

Il est hors de question d'établir ici un programme ou même d'en indiquer les grandes lignes. Je me contenterai de dégager quelques principes auxquels semble conduire l'étude qui précède:

— Habituer dès que possible nos élèves à penser en termes d'ensembles, d'opérations; ils doivent, très jeunes, savoir utiliser le langage et l'algèbre des ensembles; son symbolisme est simple et précis, et de nombreuses expériences ont montré que les enfants aiment s'en servir.

Parallèlement à l'algèbre des ensembles, on leur apprendra les rudiments de la logique, en relation avec l'étude grammaticale de leur langue. On constate que de grands élèves de 19 ans raisonnent mal, ne savent pas prendre la négation d'une proposition, ni énoncer correctement une définition ou un théorème; c'est en fait bien plus tôt que doit commencer cet apprentissage.

— Très tôt aussi nos élèves doivent concevoir clairement la notion de fonction; pour cela ils doivent avoir étudié et construit eux-mêmes des exemples variés de fonctions dans divers domaines, algèbre, arithmétique, géométrie, physique, vie courante, etc... Ils doivent savoir composer deux fonctions, prendre la fonction réciproque d'une fonction biunivoque, reconnaître une transformation et un groupe de transformations.

— On leur fera connaître progressivement les grandes structures, d'équivalence, d'ordre, topologiques, algébriques. Ces structures peuvent être étudiées, à des niveaux variés, dès le début de l'enseignement secondaire.

Certes il ne faut pas perdre de vue qu'on cherche avant tout à fournir un outil à nos élèves et à leur en apprendre l'usage. Aussi ne faut-il pas se perdre dans les généralités; au contraire, aller droit dès que possible vers les théorèmes-clefs, qui englobent une foule de théorèmes spéciaux, aux applications immédiates:

Par exemple, en géométrie élémentaire, on dégagera très vite la structure affine du plan ou de l'espace, et on utilisera l'algèbre des vecteurs; puis, d'une façon ou d'une autre, on introduira le produit scalaire qui ramènera à quelques calculs simples l'essentiel de la géométrie métrique usuelle.

De même, au niveau universitaire, on dégagera les grands outils, théorèmes sur les espaces compacts, métrique de la convergence uniforme, théorème de Stone-Weierstrass, méthode des approximations successives, etc... On habituera les étudiants à reconnaître dans les énoncés les structures qui interviennent, ce qui suppose évidemment qu'on ait partout choisi définitions et énoncés qui soulignent ces structures. Par exemple, l'intégrale de Lebesgue sur  $R^n$  devra leur apparaître à un stade convenable comme une forme linéaire positive sur  $\mathcal{K}(R^n)$ , invariante par translation; lorsqu'ils étudieront le laplacien, il devra leur appa-

raître comme le seul opérateur différentiel du deuxième ordre invariant par les déplacements; etc...

### LA PLACE DE L'ANALYSE DANS L'ENSEIGNEMENT

J'ai, dans ce travail, beaucoup parlé des Mathématiques en général, et peu de l'Analyse en particulier; c'est qu'en fait il n'est plus possible, comme je l'ai déjà souligné, de diviser l'enseignement des mathématiques en Algèbre, Géométrie, Analyse.

Les bases de l'Analyse, même dans l'enseignement secondaire, sont l'algèbre (algèbre des ensembles, étude du corps  $R$ , algèbre linéaire, groupes) et la topologie. Or la même base algébrique est nécessaire à l'étude de la géométrie (qui au niveau secondaire se réduit à l'étude d'un espace vectoriel à deux ou trois dimensions muni d'un produit scalaire).

Il devient donc essentiel de concevoir un enseignement dont les grandes fibres soient les structures fondamentales. L'algèbre et la géométrie se soutiendront mutuellement, l'algèbre apportant son symbolisme et ses opérations, la géométrie son langage chargé d'intuition; la géométrie fournira à l'Analyse un cadre topologique, l'outil de la convexité, et une interprétation commode de l'intégration et de la dérivation; l'Analyse elle-même fournira à l'algèbre une riche collection de groupes, d'espaces vectoriels.

### L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE GLOBALE

Je n'ai parlé ici que de théories mathématiques élaborées, et un peu des méthodes de recherche. Je ne voudrais pas terminer cette étude faite pour servir l'enseignement des mathématiques sans avoir souligné les aspects de l'activité mathématique que j'ai dû négliger ici entièrement.

Toute activité mathématique se décompose en cycles, grands ou petits, dans chacun desquels on reconnaît, en gros, les stades suivants: observation, mathématisation, déduction, applications.

Ces quatre stades sont essentiels; en particulier un enseignement qui serait purement déductif serait traumatisant et stérile.

Chacun des grands cycles correspond à l'acquisition d'une