Das bedeutet aber, dass (1) existiert und dass die durch Definition 1 und 3 gegebenen $R$ in diesem Fall übereinstimmen.

Nun werde angenommen, dass (1) existiere. Es sei $K$ der Kreis mit dem durch (1) gegebenen Radius $R$, der $C$ in $P$ berührt. Es soll zunächst gezeigt werden: Berührt ein Kreis $\bar{K}$ vom Radius $R + \varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$ $C$ im Punkte $P$, so liegt $\bar{K}$ bei $P$ ausserhalb $C$. Wäre dies nämlich nicht der Fall, so gäbe es eine Folge von Punkten $P_i$ $(i = 1, 2, \ldots)$ mit $P_i \in C$, $\lim_{i \to \infty} P_i = P$ und $P_i$ ausserhalb $\bar{K}$. Für die Radien R $(P, P_i)$ gälte daher

$$R = \lim_{X \to P} R(P, X) \geqq \varliminf_{i \to \infty} R(P, P_i) \geqq R + \varepsilon ,$$

was unmöglich ist. Genau so sieht man, dass die analog definierten Kreise $K_\varepsilon$ vom Radius $R - \varepsilon$ bei $P$ innerhalb $C$ liegen. Zusammen mit der trivialen Ungleichung $\underline{R} \leqq \bar{R}$ erhält man demnach für jedes positive $\varepsilon$

$$R - \varepsilon \leqq \underline{R} \leqq \bar{R} \leqq R + \varepsilon ,$$

also $R = \underline{R} = \bar{R}$.

*Äquivalenz der Definitionen 2 und 3:* Dass das durch (2) oder (1) gegebene $R$ die in Definition 2 genannte Eigenschaft hat, wurde soeben beim Beiweis, dass (2) aus (1) folgt, dargelegt. Liegt umgekehrt ein durch Definition 2 erklärtes $R$ vor, so ist offenbar sowohl $R < \bar{R}$ wie auch $R > \underline{R}$ unmöglich. Also gilt

$$\bar{R} \leqq R \leqq \underline{R} ,$$

woraus wegen $\underline{R} \leqq \bar{R}$ folgt, dass $R = \bar{R} = \underline{R}$ ist.

## LITERATUR

[1.] B. Jessen, Om konvekse Kurvers Krumning. *Mat. Tidsskr. B.*, 50-62 (1929).