

6. Le cas de irrationnel. Les nombres de la classe C.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1958)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ainsi a été mis en évidence le rôle essentiel de la nature arithmétique de ξ .

6. LE CAS DE ξ IRRATIONNEL.

LES NOMBRES DE LA CLASSE C.

Soit θ un entier algébrique dont tous les conjugués (autres que θ lui-même) ont des modules strictement inférieurs à l'unité. On peut évidemment supposer $\theta > 0$. Et l'on a nécessairement $\theta > 1$. Nous désignerons par C la classe de tous les nombres θ . Soit $\xi = 1/\theta$. Si $\theta > 2$, ce que nous supposons, il existe un ensemble cantorien E à rapport constant ξ . Le premier résultat obtenu dans la classification des ensembles cantorien à rapport constant ξ irrationnel est le suivant. Pour que E soit un ensemble U, il est nécessaire que l'on ait $\xi = 1/\theta$, où θ est un nombre de la classe C. En d'autres termes, si $1/\xi$ n'appartient pas à C (par exemple si ξ est transcendant), l'ensemble est un ensemble M.

La démonstration se fait en considérant la fonction de Lebesgue construite sur l'ensemble E à rapport constant ξ et en démontrant que son coefficient de Fourier-Stieltjes

$$c_n = (2\pi)^{-1} \prod_{k=1}^{\infty} \cos \pi n \xi^{k-1} (1 - \xi) \quad (2)$$

tend vers zéro pour $n \rightarrow \infty$ dès que $1/\xi$ n'appartient pas à la classe C.

Cette démonstration s'appuie à son tour sur un théorème de Pisot d'après lequel les nombres θ de la classe C sont caractérisés par l'existence d'un nombre réel λ tel que la série

$$\sum_0^{\infty} \sin^2 \pi \lambda \theta^n$$

soit convergente. Cette propriété est, en soi, un résultat important de la théorie des approximations diophantiennes. Elle caractérise les nombres θ de C par l'existence d'un λ tel que $\lambda\theta^n$, réduit modulo 1, tende vers zéro assez vite pour que la somme des carrés de $\{\lambda\theta^n\}$ converge, ($\{z\}$ désignant la différence en valeur absolue entre z et l'entier le plus voisin).