

Relations entre les deux divisions

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1956)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

RELATIONS ENTRE LES DEUX DIVISIONS

Nous avons introduit la seconde division en écrivant l'égalité déduite de $A = BQ + R$, $\deg R < \deg B$, pour les polynômes transposés :

$$\bar{A} = \bar{B}\bar{Q} + e_{n-r}\bar{R}$$

où $n = \deg A$, $r = \deg R$.

Il est évident que dans ce cas les coefficients de \bar{Q} et \bar{R} dans la division suivant les puissances croissantes sont les mêmes que ceux de Q et R , écrits dans l'ordre inverse.

Nous montrerons maintenant qu'on obtient la même propriété en partant de la division suivant les puissances croissantes.

Soit $A = BQ + e_{k+1}R$ avec $\nu(B) = 0$, $\deg Q \leq k$.

Posons $\deg A = n$, $\deg B = p$, $\deg Q = q \leq k$. Comme $\nu(B) = 0$, on a : $\deg \bar{B} = \deg B = p$. Écrivons $\bar{R} = \overline{A - BQ}$ et distinguons les quatre cas possibles suivants :

1^{er} cas. Si $\deg A > \deg BQ$, on a : $\bar{A} - e_{n-p-q}\bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$.

2^e cas. Si $\deg A = \deg BQ$ et $\deg(A - BQ) = \deg A$, on a :
 $\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$.

3^e cas. Si $\deg A = \deg BQ$ et si $m = \deg(A - BQ) < \deg A$,
on a $\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = e_{n-m}\bar{R}$.

4^e cas. Si $\deg A < \deg BQ$, on a : $e_{p+q-n}\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$.

Je dis que dans tous ces cas on a l'égalité d'une division euclidienne.

Remarquons qu'on a toujours $\deg \bar{R} \leq \deg R = \deg(A - BQ) - k - 1 < \deg(A - BQ) - q$.

Examinons les quatre cas :

1^{er} cas. — On a $\deg \bar{R} < \deg(A - BQ) - q = n - q = \deg(e_{n-p-q}\bar{B})$ puisque $\deg \bar{B} = p$.

Donc \bar{Q} et \bar{R} sont les quotient et reste de la division euclidienne de \bar{A} par $e_{n-p-q}\bar{B}$.

2^e cas. — On a $\deg \bar{R} < p + q - q = p = \deg \bar{B}$.

Donc \bar{Q} et \bar{R} sont les quotient et reste de la division euclidienne de \bar{A} par \bar{B} .

3^e cas. — On a $\deg \bar{R} < m - q$, donc $\deg (e_{n-m} \bar{R}) < n - m + m - q = n - q = \deg B = \deg \bar{B}$.

Donc \bar{Q} et $e_{n-m} \bar{R}$ sont les quotient et reste de la division euclidienne de \bar{A} par \bar{B} .

4^e cas. — On a $\deg \bar{R} < p + q - q = p = \deg \bar{B}$. Donc \bar{Q} et \bar{R} sont les quotient et reste de la division euclidienne de $e_{p+q-n} \bar{A}$ par \bar{B} .

Conclusion

Dans tous les cas on peut obtenir les coefficients des quotient Q et reste R de la division de A par B suivant les puissances croissantes à un ordre k , en effectuant la division euclidienne des transposés \bar{A} , \bar{B} de A , B multipliés éventuellement par un e_h et en prenant les coefficients des transposés des quotient et reste de cette division euclidienne.
